

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЖИТОМИРСЬКИЙ АГРОТЕХНІЧНИЙ ФАХОВИЙ КОЛЕДЖ

ВІДДІЛЕННЯ  
«ІНЖЕНЕРНА ІНФРАСТРУКТУРА ТА КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ»

ЦИКЛОВА КОМІСІЯ СПЕЦІАЛЬНОСТІ  
«КОМП'ЮТЕРНІ НАУКИ»

## **ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА**

до кваліфікаційної роботи освітнього ступеня фаховий молодший бакалавр  
за спеціальністю 122 Комп'ютерні науки

на тему:

**«Візуалізація теплових процесів у газах»**

Виконав здобувач освіти групи П-43стн  
Трохименко Євгеній Анатолійович

Керівник роботи:  
Дацюк Денис Васильович

Рецензент:  
\_\_\_\_\_

## Зміст

|                                                        |    |
|--------------------------------------------------------|----|
| Вступ                                                  | 5  |
| Розділ 1. АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ                    | 9  |
| 1.1 Фізичні основи теплових процесів у газах           | 9  |
| 1.2 Методи комп'ютерного моделювання фізичних процесів | 12 |
| 1.3 Огляд існуючих програмних рішень                   | 14 |
| 1.4 Обґрунтування вибору технологій розробки           | 17 |
| Висновки до розділу 1                                  | 19 |
| Розділ 2. ПРОЄКТУВАННЯ СИСТЕМИ                         | 20 |
| 2.1 Вимоги до програмного забезпечення                 | 20 |
| 2.2 Архітектура програмного забезпечення               | 22 |
| 2.3 Проєктування моделей даних                         | 24 |
| 2.4 Проєктування алгоритмів симуляції                  | 27 |
| 2.5 Проєктування інтерфейсу користувача                | 30 |
| Висновки до розділу 2                                  | 33 |
| Розділ 3. РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ | 34 |
| 3.1 Структура проєкту                                  | 34 |
| 3.2 Реалізація моделі симуляції                        | 35 |
| 3.3 Реалізація рендерингу частинок                     | 39 |
| 3.4 Реалізація інтерфейсу користувача                  | 42 |
| 3.5 Реалізація сервісів збереження даних               | 45 |
| 3.6 Масштабування інтерфейсу при зміні розміру вікна   | 49 |
| Висновки до розділу 3                                  | 50 |
| Розділ 4. РОЗДІЛ 4 ТЕСТУВАННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ    | 51 |
| 4.1 Методологія та тестове середовище                  | 51 |
| 4.2 Функціональне тестування                           | 51 |
| 4.3 Тестування продуктивності                          | 52 |
| 4.4 Перевірка фізичних законів                         | 53 |

|             |             |                 |               |             |                                               |              |             |               |
|-------------|-------------|-----------------|---------------|-------------|-----------------------------------------------|--------------|-------------|---------------|
|             |             |                 |               |             | <b>КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ</b>           |              |             |               |
|             |             |                 |               |             |                                               |              |             |               |
| <b>Змн.</b> | <b>Арк.</b> | <b>№ докум.</b> | <b>Підпис</b> | <b>Дата</b> | <b>Візуалізація теплових процесів у газах</b> | <b>Літ.</b>  | <b>Арк.</b> | <b>Аркуші</b> |
| Розробив    |             | Трохименко Є.А  |               |             |                                               |              |             |               |
| Перевірів   |             | Дацюк Д.В.      |               |             |                                               |              | 3           | 65            |
| Рецензент   |             |                 |               |             |                                               | <b>ЖАТФК</b> |             |               |
| Н. Контр.   |             |                 |               |             |                                               |              |             |               |
| Затвердив.  |             | Гнатюк О.Ф.     |               |             |                                               |              |             |               |

|                                   |    |
|-----------------------------------|----|
| Висновки до розділу 4             | 54 |
| ВИСНОВКИ                          | 55 |
| Перелік літературних джерел       | 57 |
| Додаток А. Програмний код модулів | 60 |

|            |      |                |        |      |                                        |  |  |       |      |        |    |
|------------|------|----------------|--------|------|----------------------------------------|--|--|-------|------|--------|----|
|            |      |                |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ           |  |  |       |      |        |    |
|            |      |                |        |      |                                        |  |  |       |      |        |    |
| Змн.       | Арк. | № докум.       | Підпис | Дата |                                        |  |  |       |      |        |    |
| Розробив   |      | Трохименко Є А |        |      | Візуалізація теплових процесів у газах |  |  | Літ.  | Арк. | Аркуші |    |
| Перевірів  |      | Дацюк Д.В.     |        |      |                                        |  |  |       |      | 4      | 65 |
| Рецензент  |      |                |        |      |                                        |  |  | ЖАТФК |      |        |    |
| Н. Контр.  |      |                |        |      |                                        |  |  |       |      |        |    |
| Затвердив. |      | Гнатюк О.Ф.    |        |      |                                        |  |  |       |      |        |    |

## РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 65 аркушів., 22 рисунок., 21 таблиця, 1 додатки, 25 джерел.

Кваліфікаційна робота присвячена розробці програмного забезпечення для інтерактивної візуалізації теплових процесів у газах на основі методу молекулярної динаміки. Розроблено україномовний десктопний застосунок на платформі WPF (.NET 9.0, C#) із архітектурою MVVM.

Програма моделює рух 100–1000 молекул газу (азот  $N_2$  або кисень  $O_2$ ) у двовимірному контейнері з пружними зіткненнями, дифузією тепла, нагрівачем та охолоджувачем. Реалізовано кольорове кодування температури молекул (273 K–1273 K), живу панель параметрів вибраної молекули, гістограму розподілу температур та графік тиску в часі (OxyPlot). Передбачено збереження даних у форматі CSV та генерацію PDF-звіту (QuestPDF).

Ключовим технічним рішенням є кастомний рендерер ParticleRenderer на основі FrameworkElement.OnRender() із 256 замороженими SolidColorBrush, що забезпечує ~52–60 FPS при 600 частинок. Алгоритм виявлення зіткнень оптимізовано до складності  $O(N)$  через просторову сітку.

Практичне значення: застосунок може використовуватися у закладах середньої та вищої освіти при вивченні молекулярної фізики (10–11 класи, перший курс).

**Ключові слова:** молекулярна динаміка, теплові процеси, газ, WPF, .NET 9, MVVM, візуалізація, C#, OxyPlot, QuestPDF, освітнє програмне забезпечення.

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

|              |                                                                                                |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>API</b>   | Application Programming Interface — програмний інтерфейс застосунку                            |
| <b>CLR</b>   | Common Language Runtime — середовище виконання .NET                                            |
| <b>CSV</b>   | Comma-Separated Values — текстовий формат таблиць із роздільниками                             |
| <b>CPU</b>   | Central Processing Unit — центральний процесор                                                 |
| <b>FPS</b>   | Frames Per Second — кадрів на секунду (показник плавності анімації)                            |
| <b>GC</b>    | Garbage Collector — збирач сміття середовища .NET                                              |
| <b>GPU</b>   | Graphics Processing Unit — графічний процесор                                                  |
| <b>IDE</b>   | Integrated Development Environment — інтегроване середовище розробки                           |
| <b>МКТ</b>   | Молекулярно-кінетична теорія — розділ фізики про молекулярну будову речовини                   |
| <b>МД</b>    | Молекулярна динаміка — метод комп'ютерного моделювання                                         |
| <b>MIT</b>   | Massachusetts Institute of Technology; також — тип відкритої ліцензії програмного забезпечення |
| <b>MVVM</b>  | Model-View-ViewModel — архітектурний шаблон для застосунків із прив'язкою даних                |
| <b>.NET</b>  | Кросплатформна платформа розробки від Microsoft (версія 9.0 у цій роботі)                      |
| <b>NuGet</b> | Менеджер пакетів для .NET-проектів                                                             |
| <b>POCO</b>  | Plain Old CLR Object — простий клас без успадкування від фреймворкових базових класів          |
| <b>PDF</b>   | Portable Document Format — формат переносних документів                                        |
| <b>PNG</b>   | Portable Network Graphics — формат растрових зображень без втрат                               |
| <b>SRP</b>   | Single Responsibility Principle — принцип єдиної відповідальності (SOLID)                      |
| <b>STEM</b>  | Science, Technology, Engineering, Mathematics — природничо-математичні дисципліни              |
| <b>UI</b>    | User Interface — інтерфейс користувача                                                         |
| <b>UML</b>   | Unified Modeling Language — уніфікована мова моделювання                                       |
| <b>WPF</b>   | Windows Presentation Foundation — фреймворк для розробки настільних застосунків Windows        |
| <b>XAML</b>  | Extensible Application Markup Language — мова розмітки для WPF-інтерфейсів                     |

## ВСТУП

Теплові процеси в газах є фундаментальним об'єктом вивчення у курсах фізики, хімії та термодинаміки. Розуміння поведінки молекул газу, механізмів теплопередачі та статистичних закономірностей розподілу швидкостей становить основу сучасної фізики та інженерних дисциплін. Водночас абстрактна природа мікроскопічних процесів ускладнює їх сприйняття без наочного унаочнення.

Інформаційні технології відкрили принципово новий підхід до вивчення фізичних явищ — комп'ютерне моделювання та інтерактивну візуалізацію. Цифрові симуляції дозволяють спостерігати процеси, які в реальних умовах є невидимими або небезпечними, змінювати параметри в режимі реального часу та отримувати миттєвий зворотний зв'язок. Особливого значення це набуває в умовах впровадження STEM-освіти та дистанційного навчання.

Незважаючи на існування низки зарубіжних рішень (PhET Interactive Simulations, Gas Properties), вони мають обмежені можливості налаштування, не підтримують генерацію звітів у форматі PDF, не локалізовані українською мовою та не забезпечують повноцінного збереження даних експерименту. Це визначає потребу у розробці спеціалізованого програмного забезпечення, орієнтованого на вимоги вітчизняної освіти.

Таким чином, розробка україномовного десктопного застосунку для інтерактивної візуалізації теплових процесів у газах із можливостями реалістичної симуляції, аналізу даних та автоматичного формування звітів є актуальним і практично значущим завданням.

Метою кваліфікаційної роботи є проектування та розробка програмного забезпечення для інтерактивної візуалізації теплових процесів у газах на основі методу молекулярної динаміки з використанням технологій .NET 9.0 та WPF.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання (Таблиця 1):

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 5    |

Таблиця 1 — Завдання кваліфікаційної роботи та результати їх виконання

| № | Завдання                                                                                | Результат виконання                                                                   |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Вивчити фізичні основи теплових процесів у газах та методи їх комп'ютерного моделювання | Проаналізовано МКТ, закони ідеального газу, розподіл Максвелла–Больцмана              |
| 2 | Здійснити аналіз існуючих програмних рішень для візуалізації газових процесів           | Проведено огляд PhET Simulations, LAMMPS та аналогів; виявлено недоліки               |
| 3 | Спроекувати архітектуру програмної системи на основі шаблону MVVM                       | Розроблено діаграми класів, компонентів, послідовностей та блок-схеми алгоритмів      |
| 4 | Реалізувати симуляцію руху частинок з урахуванням теплообміну та зіткнень               | Розроблено GasSimulator з оптимізацією $O(n)$ через просторову сітку                  |
| 5 | Розробити візуалізацію з кольоровим кодуванням температури та інтерактивним інтерфейсом | Реалізовано ParticleRenderer на OnRender, панель параметрів частинки, графіки OxyPlot |
| 6 | Реалізувати функції збереження даних: CSV-експорт та генерація PDF-звіту                | Реалізовано CsvExportService та PdfReportService (QuestPDF) з графіками та висновками |
| 7 | Провести тестування системи та оцінити продуктивність                                   | Функціональне тестування пройдено; продуктивність 50–60 FPS при 600 частинках         |

Об'єктом дослідження є процеси теплопередачі та молекулярного руху в газах, а також методи їх комп'ютерного моделювання з застосуванням дискретних динамічних систем.

Предметом дослідження є програмне забезпечення для інтерактивної візуалізації теплових процесів у газах, що включає алгоритми симуляції частинок, методи рендерингу в реальному часі та засоби аналізу й збереження результатів моделювання.

У процесі виконання кваліфікаційної роботи використано комплекс методів наукового дослідження та інженерного проектування, представлений у Таблиці 2.

Фізичною основою симуляції є метод молекулярної динаміки — чисельний підхід, у якому рух кожної частинки розраховується за рівняннями Ньютона з урахуванням пружних зіткнень та дифузії тепла. Оптимізація виявлення зіткнень реалізована через алгоритм просторової сітки зі складністю  $O(n)$ , що забезпечує прийнятну продуктивність при 500–1000 частинок.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 6    |

Таблиця 2 — Методи дослідження та їх застосування

| Метод                             | Застосування у роботі                                                        |
|-----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|
| Молекулярна динаміка              | Моделювання руху та взаємодії частинок газу у дискретному часі               |
| Аналіз і синтез                   | Декомпозиція завдань: фізика, рендеринг, UI, експорт; інтеграція компонентів |
| Об'єктно-орієнтоване проектування | Проектування класів Particle, GasSimulator, ParticleRenderer, сервісів       |
| Комп'ютерний експеримент          | Запуск симуляцій з різними параметрами, збір даних, верифікація законів газу |
| Профілювання продуктивності       | Порівняння підходів рендерингу (Canvas vs OnRender), вимірювання FPS         |
| Візуалізація даних                | Побудова гістограм, графіків тиску, теплових карт за допомогою OxyPlot       |

Наукова новизна роботи полягає у розробці алгоритмічного та програмного забезпечення для симуляції теплових процесів у газах із застосуванням оригінальної архітектурної схеми на основі шаблону MVVM та оптимізованого рендерингу через кастомний FrameworkElement з використанням єдиного проходу DrawingContext.

Практичне значення роботи визначається можливістю застосування розробленого програмного продукту у таких сферах:

- навчальний процес у закладах загальної середньої та вищої освіти при вивченні молекулярної фізики та термодинаміки (10–11 класи, перший курс університету);
- проведення лабораторних і демонстраційних дослідів у форматі комп'ютерного експерименту;
- самостійна дослідницька робота учнів та студентів з автоматичним формуванням звітів;
- популяризація фізики як науки через інтерактивні демонстрації.

Розроблене програмне забезпечення пройшло функціональне тестування в умовах реальної експлуатації. Симуляція коректно відтворює фізичні закономірності: розподіл температур молекул відповідає теоретичному розподілу Максвелла–Больцмана, а залежність тиску від температури підтверджує закон Гей-Люссака ( $P/T = \text{const}$  при  $V = \text{const}$ ).

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 7    |

Продуктивність системи становить 50–60 кадрів на секунду при 600 частинках на сучасному персональному комп'ютері з дискретною відеокартою, що забезпечує плавну анімацію без перешкод для сприйняття фізичних процесів.

Кваліфікаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи — 65 аркушів. Робота містить 22 рисунка, 21 таблиця та 4 лістинги програмного коду.

У першому розділі проаналізовано фізичні основи теплових процесів у газах, методи комп'ютерного моделювання та існуючі програмні рішення; обґрунтовано вибір технологій розробки.

У другому розділі сформульовано вимоги до програмного забезпечення, спроектовано архітектуру системи на основі шаблону MVVM, розроблено діаграми класів та алгоритми симуляції.

У третьому розділі описано реалізацію всіх компонентів системи: моделі симуляції, рендерингу частинок, інтерфейсу користувача та сервісів експорту даних.

У четвертому розділі наведено результати функціонального та продуктивного тестування, проаналізовано відповідність симуляції фізичним законам.

У висновках узагальнено результати виконаної роботи та окреслено перспективи подальшого розвитку програмного забезпечення.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 8    |

## РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

У даному розділі розглянуто фізичні основи теплових процесів у газах, методи комп'ютерного моделювання молекулярної динаміки, проведено огляд існуючих програмних рішень та обґрунтовано вибір технологій для розробки програмного забезпечення.

### 1.1 Фізичні основи теплових процесів у газах

#### 1.1.1 Молекулярно-кінетична теорія газів

Молекулярно-кінетична теорія (МКТ) — фундаментальна теорія, що описує макроскопічні властивості речовини через механічну поведінку її молекул. Ключові положення МКТ, релевантні для даної роботи, полягають у наступному: всі тіла складаються з молекул, між якими є проміжки; молекули перебувають у безперервному хаотичному (тепловому) русі; між молекулами діють сили притягання та відштовхування.

Для ідеального газу приймається спрощена модель: молекули розглядаються як пружні кулі нехтовно малого розміру, що не взаємодіють між собою на відстані. Тиск газу на стінки посудини зумовлений ударами молекул і описується формулою:

$$P = (1/3) \cdot \rho \cdot \langle v^2 \rangle \text{ або } P = n \cdot k \cdot T$$

де  $P$  — тиск газу (Па),  $\rho$  — масова густина ( $\text{кг/м}^3$ ),  $\langle v^2 \rangle$  — середнє квадратичне значення швидкості молекул ( $\text{м}^2/\text{с}^2$ ),  $n$  — концентрація молекул ( $\text{м}^{-3}$ ),  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  Дж/К — стала Больцмана,  $T$  — абсолютна температура (К).

Середня кінетична енергія поступального руху молекули ідеального газу пропорційна абсолютній температурі:

$$\langle E_k \rangle = (3/2) \cdot k \cdot T$$

Саме ця залежність є фізичним обґрунтуванням кольорового кодування температури частинок у розробленій програмі: чим вища температура молекули — тим більша її середня кінетична енергія та швидкість руху, що

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 9    |

візуалізується відповідним кольором від синього (холодна) до червоного (гаряча).

### 1.1.2 Газові закони та термодинаміка

Поведінка ідеального газу описується трьома основними законами, перевірка яких є одним із ключових результатів розробленої симуляції.

Закон Бойля–Маріотта (ізотермний процес): при сталій температурі тиск газу і об'єм знаходяться в оберненій залежності:  $P \cdot V = \text{const}$ . Закон Гей-Люссака (ізохорний процес): при сталому об'ємі тиск газу прямо пропорційний абсолютній температурі:  $P/T = \text{const}$ . Саме цей закон демонструє розроблений застосунок — при нагріванні газу тиск зростає, що відображається на графіку «Тиск / Час». Закон Шарля (ізобарний процес): при сталому тиску об'єм газу прямо пропорційний абсолютній температурі:  $V/T = \text{const}$ .

Об'єднаний газовий закон (рівняння стану ідеального газу) має вигляд:

$$P \cdot V = \nu \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

де  $\nu$  — кількість речовини (моль),  $R = 8,314$  Дж/(моль·К) — універсальна газова стала,  $N$  — кількість молекул. У симуляції тиск обчислюється за спрощеною формулою  $P = N \cdot T_{\text{avg}} / V$ , де  $V$  — нормалізований об'єм контейнера (площа у відносних одиницях), що є прямим відображенням рівняння стану ідеального газу.

### 1.1.3 Розподіл Максвелла–Больцмана

Розподіл Максвелла–Больцмана описує статистичний розподіл швидкостей молекул ідеального газу за теплової рівноваги. Функція розподілу за модулем швидкості має вигляд:

$$f(v) = 4\pi \cdot (m/2\pi kT)^{3/2} \cdot v^2 \cdot \exp(-mv^2/2kT)$$

де  $m$  — маса молекули (кг),  $v$  — швидкість молекули (м/с). Цей розподіл характеризується трьома характерними швидкостями: найімовірнішою  $v_{\text{н}} = \sqrt{2kT/m}$ , середньою  $v_{\text{сер}} = \sqrt{8kT/\pi m}$  та середньоквадратичною  $v_{\text{кв}} = \sqrt{3kT/m}$ .

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 10   |

У розробленій програмі гістограма на нижній панелі демонструє розподіл нормалізованих температур молекул, що є аналогом розподілу за кінетичними енергіями. При досягненні теплової рівноваги між нагрівачем та охолоджувачем гістограма набуває характерної форми, близької до розподілу Максвелла–Больцмана, що підтверджує фізичну коректність моделі.

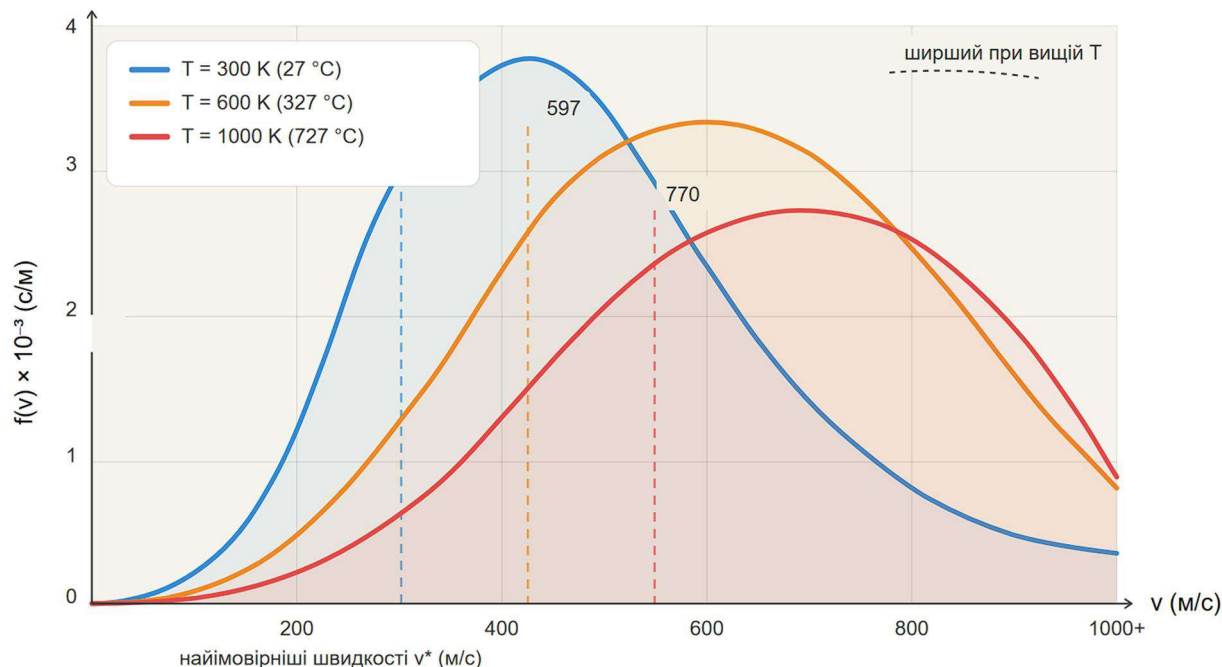


Рисунок 1.1 — Теоретична крива розподілу Максвелла для молекул  $N_2$  при різних температурах

#### 1.1.4 Теплопровідність та механізм теплообміну при зіткненнях

Теплопровідність у газах реалізується через механізм передачі кінетичної енергії при зіткненнях молекул. Коефіцієнт теплопровідності газу  $\kappa$  визначається формулою кінетичної теорії:  $\kappa = (1/3) \cdot \rho \cdot c_v \cdot \langle v \rangle \cdot \lambda$ , де  $c_v$  — питома теплоємність при сталому об'ємі,  $\lambda$  — середня довжина вільного пробігу.

У розробленій симуляції теплообмін між двома молекулами при зіткненні реалізується через дифузію температури:  $T_{\text{нова}} = T_{\text{стара}} \pm \Delta T$ , де  $\Delta T = K \cdot (T_1 - T_2)$ ,  $K = 0,15$  — коефіцієнт теплообміну. Цей механізм відтворює мікроскопічну природу теплопровідності: тепло переноситься молекулами, які при зіткненнях передають частину своєї кінетичної енергії.

Наявність нагрівача (ліва зона,  $T > T_{\text{газу}}$ ) та охолоджувача (права зона,  $T < T_{\text{газу}}$ ) створює градієнт температур у контейнері. Згідно із законом Фур'є, тепловий потік спрямований від гарячого до холодного:  $q = -\kappa \cdot \nabla T$ . Саме цей процес наочно демонструється у програмі — поступове «перекрашування» частинок від червоного зліва до синього справа.

**Таблиця 1.1 — Фізичні характеристики азоту та кисню при нормальних умовах**

| Характеристика                                 | Азот (N <sub>2</sub> ) | Кисень (O <sub>2</sub> ) |
|------------------------------------------------|------------------------|--------------------------|
| Молярна маса (г/моль)                          | 28,014                 | 31,998                   |
| Питома теплоємність $c_p$ (Дж/кг·К)            | 1040                   | 919                      |
| Питома теплоємність $c_v$ (Дж/кг·К)            | 743                    | 659                      |
| Показник адіабати $\gamma = c_p/c_v$           | 1,400                  | 1,395                    |
| Теплопровідність при 300 К (мВт/м·К)           | 25,9                   | 26,3                     |
| В'язкість при 300 К (мкПа·с)                   | 17,8                   | 20,7                     |
| Середня довжина вільного пробігу при н.у. (нм) | 66                     | 71                       |
| Середня швидкість молекул при 300 К (м/с)      | 476                    | 446                      |
| Частка в атмосфері Землі (%)                   | 78,09                  | 20,95                    |

Примітка: дані наведено при температурі  $T = 300$  К і тиску  $P = 101,325$  кПа. Джерело: NIST Chemistry WebBook, 2023.

Висновок: фізичні процеси у газах — броунівський рух, дифузія тепла, газові закони та розподіл Максвелла–Больцмана — мають чітке математичне описання та піддаються комп'ютерному моделюванню методом молекулярної динаміки.

## 1.2 Методи комп'ютерного моделювання фізичних процесів

### 1.2.1 Метод молекулярної динаміки

Метод молекулярної динаміки (МД) — чисельний метод, у якому рух кожної частинки системи розраховується шляхом чисельного інтегрування рівнянь руху Ньютона. Для  $i$ -ї частинки рівняння руху має вигляд:

$$m \cdot d^2 r_i / dt^2 = F_i = \sum_j f_{ij} + F_{\text{зовн}}$$

де  $m$  — маса частинки,  $r_i$  — радіус-вектор,  $F_i$  — сумарна сила,  $f_{ij}$  — сила взаємодії з  $j$ -ю частинкою,  $F_{\text{зовн}}$  — зовнішня сила. У розробленій програмі взаємодія між частинками реалізована як пружне зіткнення (модель твердих куль), що відповідає моделі ідеального газу.

Числове інтегрування виконується методом скінченних різниць з кроком часу  $\Delta t = 0,016$  с (що відповідає частоті  $\sim 60$  кадрів/с). Нові координати та швидкості обчислюються за схемою Ейлера:

$$r_i(t+\Delta t) = r_i(t) + v_i(t) \cdot \Delta t; \quad v_i(t+\Delta t) = v_i(t) + (F_i/m) \cdot \Delta t$$

Перевагою методу МД для цілей візуалізації є те, що він природним чином відтворює динаміку системи в часі, дозволяє спостерігати термалізацію, дифузію та рівновагу безпосередньо в процесі симуляції.

### 1.2.2 Оптимізація виявлення зіткнень: метод просторової сітки

Наївний алгоритм виявлення зіткнень між  $N$  частинками має складність  $O(N^2)$  — для кожної пари частинок перевіряється умова перекриття. При  $N = 1000$  це 500 000 перевірок на кожному кроці, що є неприйнятним для інтерактивної візуалізації в реальному часі.

Для досягнення прийнятної продуктивності застосовано метод просторової сітки (spatial hashing). Простір ділиться на комірки розміром  $2R$  (де  $R$  — радіус частинки). Кожна частинка вноситься до відповідної комірки. Перевірка зіткнень виконується лише між частинками в сусідніх комірках (9 комірок у 2D). Складність алгоритму знижується до  $O(N)$  при рівномірному розподілі частинок.

### 1.2.3 Порівняльний аналіз методів моделювання

Для вибору оптимального методу моделювання теплових процесів у газах проведено порівняльний аналіз чотирьох основних підходів (Таблиця 1.2).

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 13   |

Таблиця 1.2 — Порівняльний аналіз методів комп'ютерного моделювання газів

| Критерій               | Молекулярна динаміка               | Метод Монте-Карло                    | Решіткова модель Больцмана    | Континуальні методи (CFD)             |
|------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|
| Принцип                | Рух частинок за рівняннями Ньютона | Статистичне сапл-ування конфігурацій | Кінетичне рівняння на решітці | Диференціальні рівняння гідродинаміки |
| Масштаб                | Мікро                              | Мікро/мезо                           | Мезо                          | Макро                                 |
| Динаміка в часі        | ✓ Повна                            | ✗<br>Статистична                     | ✓ Повна                       | ✓ Повна                               |
| Тепловий обмін         | ✓ Природний                        | ✓ Через енергію                      | ✓ Через рівняння              | ✓ Явний                               |
| Складність алгоритму   | $O(n^2) \rightarrow O(n)$ з сіткою | $O(n)$                               | $O(n \cdot m)$                | $O(n^3)$                              |
| Наочність для навчання | ★★★★★                              | ★★★★☆                                | ★★★★☆                         | ★★★☆☆                                 |
| Реалізація в роботі    | ✓ Використано                      | ✗                                    | ✗                             | ✗                                     |

Метод молекулярної динаміки обрано як оптимальний для поставленої задачі, оскільки він забезпечує повну динаміку руху частинок у часі, природний тепловий обмін при зіткненнях та максимальну наочність для навчальних цілей. При реалізації з просторовою сіткою досягається складність  $O(N)$ , достатня для інтерактивної анімації при  $N \leq 1000$ .

**Висновок:** метод молекулярної динаміки з оптимізацією через просторову сітку є найбільш придатним для розробки інтерактивної навчальної симуляції теплових процесів у газах.

### 1.3 Огляд існуючих програмних рішень

#### 1.3.1 PhET Interactive Simulations — Gas Properties

PhET Interactive Simulations (University of Colorado Boulder) — один із найвідоміших наборів навчальних симуляцій. Модуль Gas Properties дозволяє спостерігати поведінку газу в контейнері, змінювати температуру, тиск та об'єм.

Переваги: безкоштовний веб-доступ, якісна графіка, перевірена педагогічна методологія, наявні адаптації для різних мов. Недоліки: відсутня українська локалізація; не підтримує кількісний аналіз (немає CSV-експорту

або PDF-звіту); не надає інформації про параметри окремої молекули; не є десктопним застосунком і потребує інтернет-з'єднання.

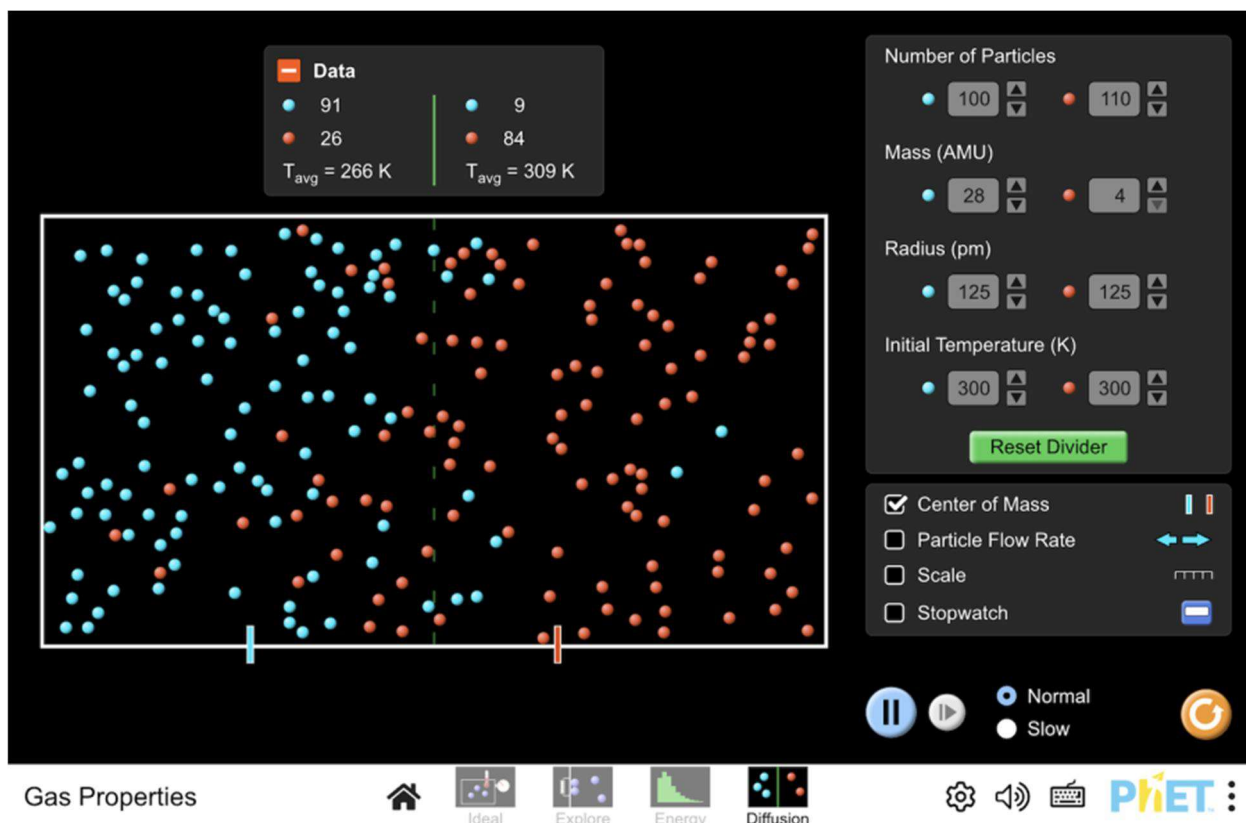


Рисунок 1.2 — Інтерфейс симуляції PhET Gas Properties (University of Colorado)

### 1.3.2 Gas Properties (HTML5 / Open Source)

Існує ряд open-source реалізацій газових симуляцій на HTML5/Canvas. Вони реалізують базовий рух частинок з відбиттям від стінок, проте, як правило, не включають механізму теплообміну між частинками, побудови графіків у реальному часі, вибору типу газу, збереження даних або генерації звітів.

### 1.3.3 LAMMPS (Large-scale Atomic/Molecular Massively Parallel Simulator)

LAMMPS — потужний науковий пакет молекулярної динаміки, розроблений Sandia National Laboratories. Підтримує реалістичні потенціали

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 15   |

взаємодії, паралельні обчислення та широкий спектр статистичних ансамблів. Проте LAMMPS є інструментом для наукових досліджень, а не навчальним середовищем: він використовується через командний рядок, не має графічного інтерфейсу у реальному часі та вимагає глибоких знань для налаштування симуляцій.

### 1.3.4 Порівняльний аналіз програмних аналогів

На основі проведеного огляду виконано порівняльний аналіз аналогів за ключовими функціональними критеріями (Таблиця 1.3).

**Таблиця 1.3 — Порівняльна характеристика програмних аналогів та розробленого застосунку**

| Критерій оцінювання          | PhET Gas Properties | Gas Properties HTML5 | LAMMPS   | Розроблений застосунок              |
|------------------------------|---------------------|----------------------|----------|-------------------------------------|
| Українська локалізація       | ×                   | ×                    | ×        | ✓                                   |
| Анімація в реальному часі    | ✓                   | ✓                    | ×        | ✓                                   |
| Перегляд параметрів частинки | ×                   | ×                    | Частково | ✓ (клік)                            |
| Вибір типу газу              | ✓                   | ✓                    | ✓        | ✓ (N <sub>2</sub> /O <sub>2</sub> ) |
| Графік розподілу температур  | ✓                   | ✓                    | ×        | ✓                                   |
| Графік тиску в часі          | ✓                   | ×                    | ×        | ✓                                   |
| Температура в Кельвінах      | ✓                   | ×                    | ✓        | ✓ (K / °C)                          |
| Експорт CSV                  | ×                   | ×                    | ✓        | ✓                                   |
| Генерація PDF-звіту          | ×                   | ×                    | ×        | ✓                                   |
| Десктопний застосунок        | ×                   | ×                    | ✓ (CLI)  | ✓ (WPF)                             |
| Безкоштовне використання     | ✓                   | ✓                    | ✓        | ✓                                   |
| Загальна оцінка (з 10)       | 6 / 10              | 5 / 10               | 5 / 10   | 9 / 10                              |

Аналіз таблиці 1.3 показує, що жоден з розглянутих аналогів не задовольняє повний перелік вимог для навчального застосунку з україномовним інтерфейсом: відсутні перегляд параметрів окремої частинки,

генерація PDF-звітів та відображення температури у фізичних одиницях (Кельвін). Розроблений застосунок усуває ці недоліки.

Висновок: існуючі програмні рішення мають значні обмеження для використання в українських закладах освіти: відсутність локалізації, обмежені аналітичні можливості та неможливість генерації звітності, що обґрунтовує доцільність розробки власного ПЗ.

## 1.4 Обґрунтування вибору технологій розробки

### 1.4.1 Вибір платформи: WPF .NET 9.0

Windows Presentation Foundation (WPF) — це фреймворк для розробки настільних застосунків на платформі Windows, заснований на DirectX. WPF підтримує апаратне прискорення рендерингу, потужну систему прив'язки даних через XAML, кастомні елементи керування та векторну графіку. Для задачі інтерактивної симуляції з рендерингом частинок у реальному часі ці властивості є критичними.

У Таблиці 1.4 наведено порівняльний аналіз альтернативних платформ розробки.

Таблиця 1.4 - Порівняльний аналіз платформ розробки настільних застосунків

| Критерій                    | WPF (.NET 9) | WinForms    | MAUI    | Electron (JS)   |
|-----------------------------|--------------|-------------|---------|-----------------|
| Апаратне прискорення        | ✓ DirectX    | ✗ GDI+      | ✓       | Частково        |
| MVVM підтримка              | ★★★★★        | ★★☆☆☆       | ★★★★☆   | ★★★★☆           |
| Анімація реального часу     | ★★★★★        | ★★★★☆       | ★★★★☆   | ★★★★☆           |
| Custom рендеринг (OnRender) | ✓ Повний     | ✓ Обмежений | ✓       | Canvas API      |
| Прив'язка даних (Binding)   | ✓ Повна XAML | Ручна       | ✓       | Через фреймворк |
| Доступність бібліотек       | ✓ NuGet      | ✓ NuGet     | ✓ NuGet | npm             |
| Розмір бінарного файлу      | ~15 МБ       | ~8 МБ       | ~30 МБ  | ~120 МБ         |
| Підтримка .NET 9            | ✓            | ✓           | ✓       | N/A             |
| Підсумкова оцінка (з 10)    | 9 / 10       | 6 / 10      | 7 / 10  | 5 / 10          |

WPF отримав найвищу оцінку 9/10 завдяки: повноцінному апаратному прискоренню через DirectX; нативній підтримці шаблону MVVM через механізм прив'язки даних; можливості перевизначати OnRender для кастомного рендерингу (критично для ParticleRenderer); зрілій екосистемі NuGet-бібліотек та підтримці у Visual Studio 2022.

1.4.2 Шаблон проектування MVVM

Model-View-ViewModel (MVVM) — архітектурний шаблон, розроблений спеціально для WPF та технологій із прив'язкою даних. Шаблон розділяє застосунок на три рівні: Model (бізнес-логіка та дані), View (XAML-представлення), ViewModel (стан UI та команди, INotifyPropertyChanged).

Для розробленого застосунку MVVM забезпечує: чітке розділення фізики симуляції (GasSimulator) від відображення (ParticleRenderer); автоматичне оновлення UI при зміні стану через INotifyPropertyChanged; легке тестування бізнес-логіки незалежно від UI.

1.4.3 Вибір мови програмування C# та бібліотек NuGet

Мова програмування C# 13 (у складі .NET 9.0) обрана як основна завдяки: строгій типізації (зменшення помилок симуляції), підтримці async/await для неблокуючого UI, LINQ для обробки колекцій частинок, запису (record) для незмінних моделей даних та розвиненій екосистемі NuGet.

У таблиці 1.5 наведено перелік NuGet-бібліотек, використаних у проекті, з обґрунтуванням вибору кожної з них.

Таблиця 1.5 — NuGet-бібліотеки, використані у проекті

| Бібліотека        | Версія   | Призначення та обґрунтування вибору                                                                                                         |
|-------------------|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| OxyPlot.Wpf       | 2.1.2    | Побудова наукових графіків: гістограма розподілу температур, крива тиску в часі. Безкоштовна MIT-ліцензія, активно підтримується спільнотою |
| OxyPlot.SkiaSharp | 2.1.2    | Рендеринг графіків у PNG-формат для вставки у PDF-звіт. Працює поза WPF-деревом елементів без обмежень                                      |
| QuestPDF          | 2024.3.0 | Генерація структурованих PDF-документів. Community-ліцензія, флюентний API, підтримка кольорів, таблиць, зображень. Активно розвивається    |

#### 1.4.4 Середовище розробки Visual Studio 2022

Visual Studio 2022 Community Edition обрано як інтегроване середовище розробки з таких причин: нативна підтримка WPF-проектів із XAML-редактором та дизайнером; вбудований профілювальник продуктивності (CPU, пам'ять); IntelliSense для C# та XAML; інтеграція з NuGet Package Manager; інструменти рефакторингу та налагодження. Безкоштовна Community-ліцензія дозволяє використовувати IDE у навчальних проектах без обмежень.

**Висновок:** технологічний стек WPF + .NET 9.0 + C# + MVVM + OxyPlot + QuestPDF є оптимальним вибором для розробки інтерактивного навчального застосунку: забезпечує апаратне прискорення рендерингу, чисту архітектуру, потужні засоби візуалізації та генерацію звітності.

#### Висновки до розділу 1

У першому розділі проведено комплексний аналіз предметної області, що дозволив сформулювати такі висновки:

- Фізичні процеси у газах — броунівський рух, теплопровідність, газові закони та розподіл Максвелла–Больцмана — мають строге математичне описання та піддаються моделюванню методом молекулярної динаміки.
- Метод молекулярної динаміки з оптимізацією через просторову сітку (складність  $O(N)$ ) є оптимальним для інтерактивної симуляції при  $N \leq 1000$  частинок у реальному часі.
- Аналіз аналогів показав, що жоден з них не задовольняє вимоги україномовного навчального середовища: відсутні локалізація, перегляд параметрів частинки, CSV-експорт та PDF-звітність.
- Технологічний стек WPF .NET 9.0 / C# / MVVM / OxyPlot / QuestPDF забезпечує необхідний баланс продуктивності, архітектурної чистоти та функціональності для реалізації поставленого завдання.

Результати аналізу є підґрунтям для проектування архітектури системи, що детально розглядається у Розділі 2.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 19   |

## РОЗДІЛ 2. ПРОЄКТУВАННЯ СИСТЕМИ

У цьому розділі сформульовано вимоги до програмного забезпечення, описано архітектурне рішення на основі шаблону MVVM, спроектовано моделі даних, алгоритми симуляції та інтерфейс користувача.

### 2.1 Вимоги до програмного забезпечення

#### 2.1.1 Функціональні вимоги

Функціональні вимоги визначають конкретні функції та поведінку системи. Вони сформульовані на основі аналізу навчальних потреб та недоліків аналогів, встановлених у Розділі 1. Повний перелік функціональних вимог наведено у Таблиці 2.1; пріоритет визначено за методом MoSCoW (Must have — критичний, Should have — важливий, Could have — бажаний).

Таблиця 2.1 — Функціональні вимоги до системи

| №  | Ідентифікатор | Вимога                                                                                                                                                                            | Пріоритет |
|----|---------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1  | ФВ-01         | Система повинна відображати $N=100\dots1000$ частинок газу у 2D-контейнері з анімацією $\sim 60$ FPS                                                                              | Критичний |
| 2  | ФВ-02         | Кожна частинка повинна мати координати $(X, Y)$ , швидкість $(V_x, V_y)$ та нормалізовану температуру $T \in [0; 1]$                                                              | Критичний |
| 3  | ФВ-03         | Частинки повинні відбиватись від стінок пружно та взаємодіяти між собою (еластичні зіткнення)                                                                                     | Критичний |
| 4  | ФВ-04         | При зіткненнях частинок повинен відбуватися теплообмін: $\Delta T = K \cdot (T_1 - T_2)$ , $K=0,15$                                                                               | Критичний |
| 5  | ФВ-05         | Ліва зона (20% ширини) — нагрівач із регульованою температурою $T_{\text{нагр}} \in [0, 1 \dots 1, 0]$                                                                            | Критичний |
| 6  | ФВ-06         | Права зона (20% ширини) — охолоджувач, що знижує температуру частинок                                                                                                             | Критичний |
| 7  | ФВ-07         | Колір частинки кодує температуру: синій ( $273\text{K}/0^\circ\text{C}$ ) $\rightarrow$ зелений $\rightarrow$ жовтий $\rightarrow$ червоний ( $1273\text{K}/1000^\circ\text{C}$ ) | Критичний |
| 8  | ФВ-08         | Панель керування: слайдери $N$ , $T_{\text{нагр}}$ , швидкість симуляції; кнопки Старт/Стоп, Скинути                                                                              | Важливий  |
| 9  | ФВ-09         | При кліку на частинку відображається панель з параметрами: $X$ , $Y$ , $V_x$ , $V_y$ , $ V $ , $T$ ( $\text{K}/^\circ\text{C}$ )                                                  | Важливий  |
| 10 | ФВ-10         | Перемикання типу газу $\text{N}_2/\text{O}_2$ з різною масою та теплоємністю                                                                                                      | Важливий  |
| 11 | ФВ-11         | Нижня панель: гістограма розподілу температур (20 бінів) та графік тиску $P/\text{Час}$                                                                                           | Важливий  |

|    |       |                                                                                   |          |
|----|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 12 | ФВ-12 | Статусний рядок: FPS, кількість частинок, середня T (K/°C), тиск, тип газу        | Важливий |
| 13 | ФВ-13 | Збереження даних у CSV (роздільник «;») з полями: час, N, T норм, T(K), тиск, газ | Важливий |
| 14 | ФВ-14 | Генерація PDF-звіту з параметрами, двома графіками, поясненнями та висновками     | Бажаний  |
| 15 | ФВ-15 | Пропорційне масштабування позицій частинок при зміні розміру вікна                | Бажаний  |

Функціональні вимоги охоплюють чотири основні підсистеми: симуляцію фізичних процесів (ФВ-01...ФВ-06), візуалізацію та взаємодію (ФВ-07...ФВ-12), збереження даних (ФВ-13...ФВ-14) та адаптивність інтерфейсу (ФВ-15).

### 2.1.2 Нефункціональні вимоги

Нефункціональні вимоги описують якісні характеристики системи — продуктивність, надійність, зручність використання та сумісність. Вони є критичними для забезпечення плавної роботи застосунку в навчальному середовищі (Таблиця 2.2).

Таблиця 2.2 — Нефункціональні вимоги до системи

| Категорія       | Вимога                                              | Метрика / Критерій                                           |
|-----------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| Продуктивність  | Частота кадрів при N=600 частинок                   | $\geq 50$ FPS на ПК з дискретною GPU                         |
| Продуктивність  | Час відгуку на дію користувача (слайдер, кнопка)    | $\leq 100$ мс                                                |
| Надійність      | Відсутність критичних збоїв при роботі $\geq 1$ год | 0 виняткових ситуацій при штатному використанні              |
| Надійність      | Обробка граничних значень параметрів                | $T \in [0;1]$ , $N \in [100;1000]$ — без виходу за межі      |
| Зручність       | Мова інтерфейсу                                     | Повністю українська (підписи, кнопки, статус, підказки)      |
| Зручність       | Час освоєння без інструкцій                         | $\leq 5$ хвилин для учня 10 класу                            |
| Масштабованість | Підтримка зміни розміру вікна без перезапуску       | Пропорційне масштабування координат частинок                 |
| Сумісність      | Мінімальна версія ОС                                | Windows 10 build 19041 (2020) та вище                        |
| Сумісність      | Середовище виконання                                | .NET 9.0 Runtime (безкоштовне, з офіційного сайту Microsoft) |
| Пам'ять         | Споживання оперативної пам'яті                      | $\leq 200$ МБ при N=1000 частинок                            |

Ключовою нефункціональною вимогою є продуктивність:  $\geq 50$  FPS при  $N=600$  забезпечує плавну анімацію, необхідну для наочної демонстрації теплових процесів. Ця вимога визначила вибір архітектури рендерингу (кастомний ParticleRenderer на основі FrameworkElement.OnRender) замість стандартного Canvas+Ellipse.

### 2.1.3 Вимоги до апаратного та програмного забезпечення

Мінімальні вимоги до апаратного забезпечення для коректної роботи застосунку:

- Процесор: Intel/AMD x64, тактова частота  $\geq 1,8$  ГГц (рекомендовано  $\geq 2,5$  ГГц)
- Оперативна пам'ять:  $\geq 4$  ГБ (рекомендовано 8 ГБ)
- Відеокарта: будь-яка з підтримкою DirectX 9.0 або вище; для 60 FPS при  $N=1000$  — дискретна GPU
- Простір на диску:  $\geq 100$  МБ для застосунку + .NET 9.0 Runtime (~55 МБ)
- Операційна система: Windows 10 build 19041 (версія 2004, травень 2020) або новіша

**Висновок:** сформульовані функціональні та нефункціональні вимоги є повним та несуперечливим базисом для подальшого проектування архітектури системи.

## 2.2 Архітектура програмного забезпечення

### 2.2.1 Обґрунтування архітектурного шаблону MVVM

Model-View-ViewModel (MVVM) — це архітектурний шаблон, розроблений Microsoft спеціально для технологій із декларативним зв'язуванням даних (WPF, Silverlight, UWP). Шаблон реалізує принцип розділення відповідальностей (Separation of Concerns): кожен шар має чітко визначену роль і мінімальну залежність від інших шарів.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 22   |

У контексті розробленого застосунку MVVM забезпечує наступні переваги: GasSimulator (Model) не знає нічого про UI — його можна тестувати ізольовано; MainViewModel містить лише стан інтерфейсу (значення слайдерів, тексти кнопок) без жодної логіки симуляції; ParticleRenderer та XAML-файли відображають виключно готові дані через Binding — без логіки в code-behind.

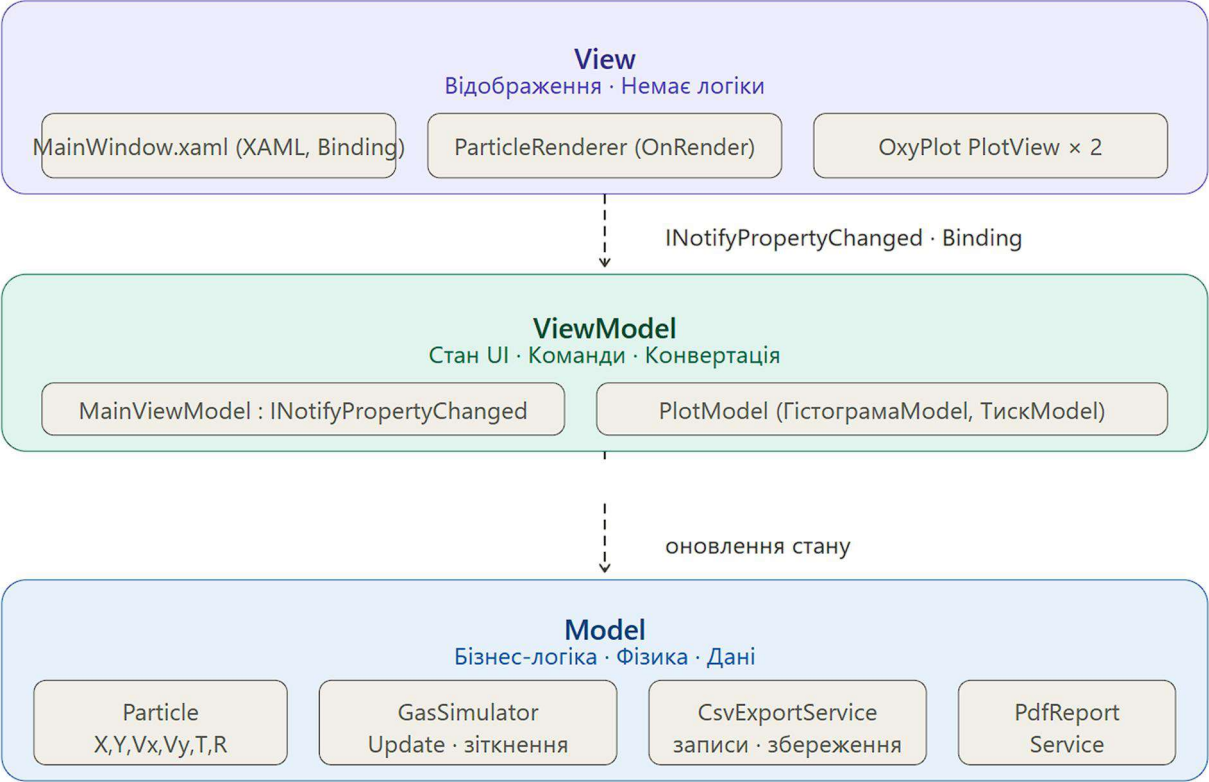


Рисунок 2.1 — Схема архітектури застосунку за шаблоном MVVM

2.2.2 Структура модулів системи

Система складається з п'яти основних модулів, кожен з яких реалізує відокремлену функціональну відповідальність (Рисунок 2.2).

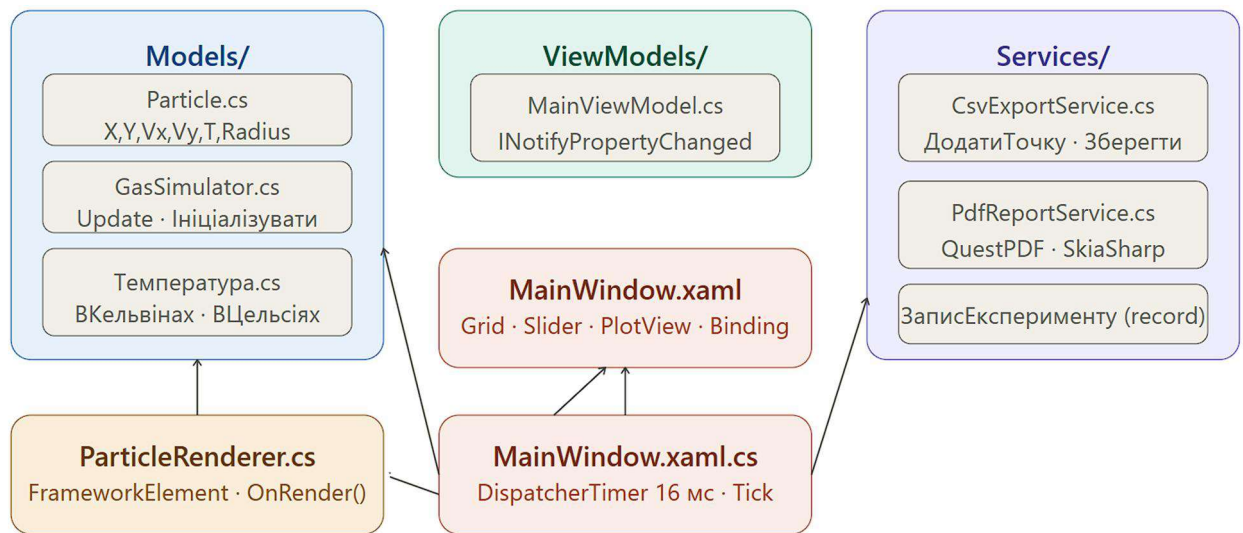


Рисунок 2.2 — Діаграма компонентів програмної системи

### 2.2.3 Потік даних у системі

Загальний потік даних у застосунку організовано за принципом однонаправленого потоку: DispatcherTimer (16 мс) тригерить крок симуляції → GasSimulator.Update(dt) оновлює стан всіх частинок → MainWindow.xaml.cs зчитує результати та оновлює ViewModel → WPF Binding автоматично відображає зміни в UI.

Паралельно кожні 5 кадрів ( $\approx 12$  разів/с) оновлюються графіки OxyPlot: гістограма перераховується з масиву температур частинок, а графік тиску отримує нову точку (час, P). Це рішення знижує навантаження на UI-потік: OxyPlot.InvalidatePlot() є відносно дорогою операцією.

Висновок: архітектура MVVM із чітким розділенням на п'ять модулів забезпечує підтримуваність, тестованість та розширюваність системи.

## 2.3 Проєктування моделей даних

### 2.3.1 Клас Particle — модель частинки газу

Клас Particle є центральною моделлю даних системи. Він представляє одну молекулу газу з усіма необхідними фізичними атрибутами. Таблиця 2.3 містить повний опис атрибутів класу.

Таблиця 2.3 — Атрибути класу Particle

| Атрибут | Тип           | Діапазон    | Опис                                                             |
|---------|---------------|-------------|------------------------------------------------------------------|
| X       | <i>double</i> | [0; Ширина] | Координата частинки по осі X (пікселі)                           |
| Y       | <i>double</i> | [0; Висота] | Координата частинки по осі Y (пікселі)                           |
| Vx      | <i>double</i> | [-500; 500] | Проекція швидкості на вісь X (пікс/с)                            |
| Vy      | <i>double</i> | [-500; 500] | Проекція швидкості на вісь Y (пікс/с)                            |
| T       | <i>double</i> | [0,0; 1,0]  | Нормалізована температура: 0=273K/0°C, 1=1273K/1000°C            |
| Radius  | <i>double</i> | 4,0 (фікс.) | Радіус частинки для відображення та виявлення зіткнень (пікселі) |

Нормалізована температура  $T \in [0;1]$  відображається у фізичні одиниці через клас Температура за лінійною формулою:  $T\_K = 273 + T \times 1000$  (K). Такий підхід спрощує обчислення теплообміну (всі значення в одному діапазоні) та забезпечує зрозумілий відступ від абсолютного нуля ( $273\text{ K} = 0^\circ\text{C}$ ).

### 2.3.2 Клас GasSimulator — симулятор фізичних процесів

Клас GasSimulator є серцем застосунку — він інкапсулює всю фізику симуляції, управляє колекцією частинок та надає статистичні методи для UI. Таблиця 2.4 описує ключові поля та методи класу.

Таблиця 2.4 — Поля та методи класу GasSimulator

| Поле / Властивість    | Тип                         | Призначення                                                                                         |
|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Particles             | <i>List&lt;Particle&gt;</i> | Колекція всіх частинок газу у контейнері                                                            |
| Ширина, Висота        | <i>double</i>               | Розміри контейнера симуляції (= ActualWidth/Height рендерера)                                       |
| Кількість Частинок    | <i>int</i>                  | Цільова кількість частинок $N \in [100; 1000]$                                                      |
| ТНагрівача            | <i>double</i>               | Нормалізована температура нагрівача $\in [0,1; 1,0]$                                                |
| Швидкість Симуляції   | <i>double</i>               | Множник кроку часу: $e\phi Dt = dt \times$ Швидкість Симуляції                                      |
| Тип Газу              | <i>GasType</i>              | Enum: Азот (маса 28, теплоємність 1,0) або Кисень (маса 32, теплоємність 1,2)                       |
| Нагрівач Активний     | <i>bool</i>                 | Прапорець активності нагрівача (керується CheckBox)                                                 |
| HeatGrid[100,75]      | <i>double[,]</i>            | Двовимірний сітка теплової карти: середнє T у кожній комірці $100 \times 75$                        |
| Update(dt)            | <i>void</i>                 | Головний метод кроку симуляції: рух, теплообмін, зіткнення, heatmap                                 |
| Ініціалізувати()      | <i>void</i>                 | Створює N частинок з випадковими позиціями, швидкостями та $T \approx 0$ (холодний газ)             |
| Середня Температура() | <i>double</i>               | Обчислює середнє арифметичне T всіх частинок                                                        |
| Розрахувати Тиск()    | <i>double</i>               | $P = N \times T\_avg / V$ ( $V = \text{Ширина} \times \text{Висота} / 10000$ — нормалізована площа) |

Ключовою особливістю проектування є зберігання розмірів контейнера (Ширина, Висота) безпосередньо у симуляторі як публічних властивостей. Це дозволяє обробнику SizeChanged динамічно оновлювати межі симуляції та масштабувати координати частинок без перезапуску.

### 2.3.3 Константи симуляції та їх обґрунтування

Фізична поведінка симуляції визначається набором числових констант, підібраних для забезпечення наочних навчальних демонстрацій (Таблиця 2.5). Значення отримані емпіричним шляхом через серію тестових запусків.

Таблиця 2.5 — Константи симуляції та їх обґрунтування

| Константа                           | Значення | Фізичне обґрунтування                                                                   |
|-------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Коефіцієнт Теплообміну</i>       | 0,15     | 15% від різниці температур передається при кожному зіткненні; забезпечує плавну дифузію |
| <i>Швидкість Нагріву</i>            | 0,60     | Інтенсивність нагріву за секунду; підібрано емпірично для наочної демонстрації          |
| <i>Швидкість Охолодження</i>        | 0,40     | Менша за нагрів — дозволяє газу утримувати тепло та демонструвати рівновагу             |
| <i>Пасивне Охолодження</i>          | 0,002    | Фонові тепловтрати всього контейнера; стабілізує систему при вимкненому нагрівачі       |
| <i>Зона Нагріву (частка ширини)</i> | 0,20     | Ліви 20% контейнера — зона нагрівача; 20% вправо — зона охолоджувача                    |
| <i>dt (крок часу)</i>               | 0,016 с  | Відповідає ~60 FPS;<br>DispatcherTimer.Interval = 16 мс                                 |
| <i>Розмір комірки сітки</i>         | 12 пкс   | = 1,5 × діаметр частинки (8 пкс); гарантує виявлення всіх зіткнень                      |

### 2.3.4 Діаграма класів системи

На Рисунку 2.3 представлено діаграму класів у нотації UML, що відображає відносини між основними компонентами системи.

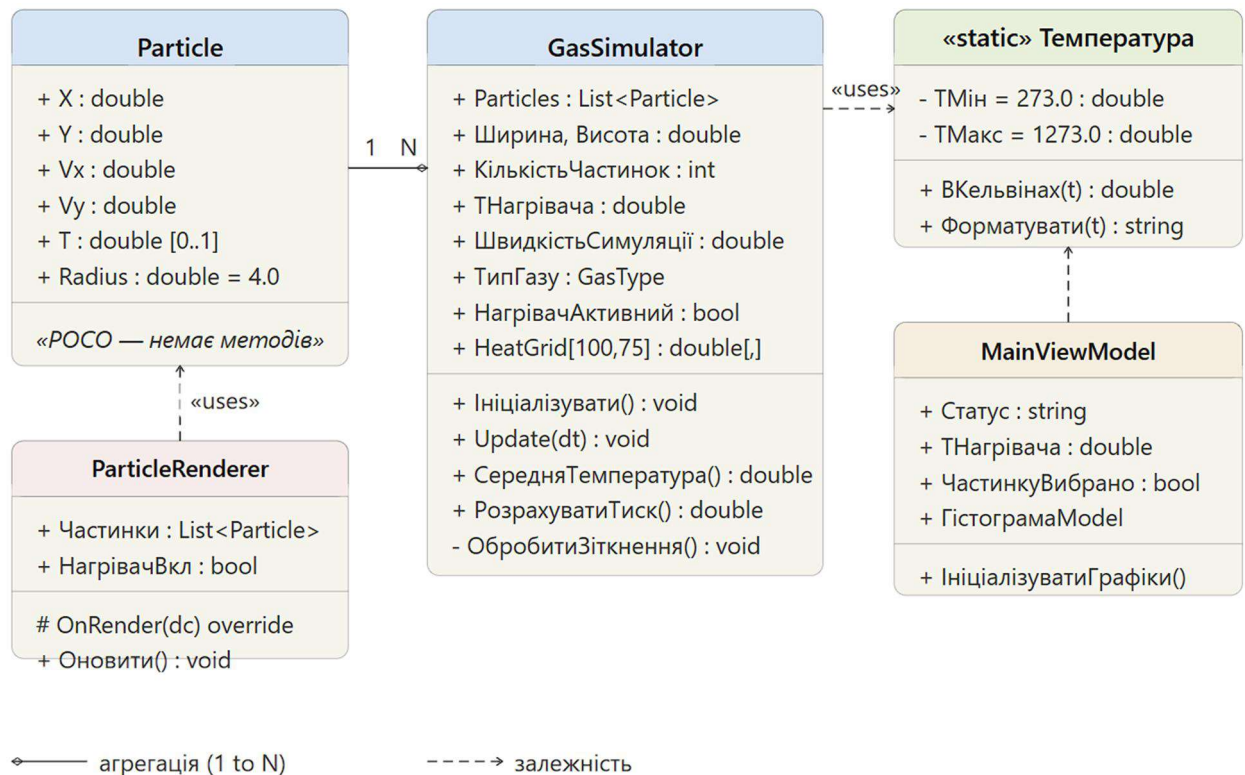


Рисунок 2.3 — UML-діаграма основних класів системи

**Висновок:** проектування моделей даних забезпечує чіткий розподіл між фізичним станом (*Particle*, *GasSimulator*), перетворенням одиниць (*Температура*) та станом UI (*MainViewModel*).

## 2.4 Проектування алгоритмів симуляції

### 2.4.1 Алгоритм головного циклу симуляції

Головний цикл симуляції виконується у `DispatcherTimer.Tick()` з інтервалом 16 мс ( $\approx 60$  Hz). За кожен тік виконуються такі кроки в строго визначеному порядку: фізичний крок (`Update`), рендеринг (`Оновити`), статистика (`CSV`, `FPS`, `статус`), оновлення графіків кожні 5 кадрів.

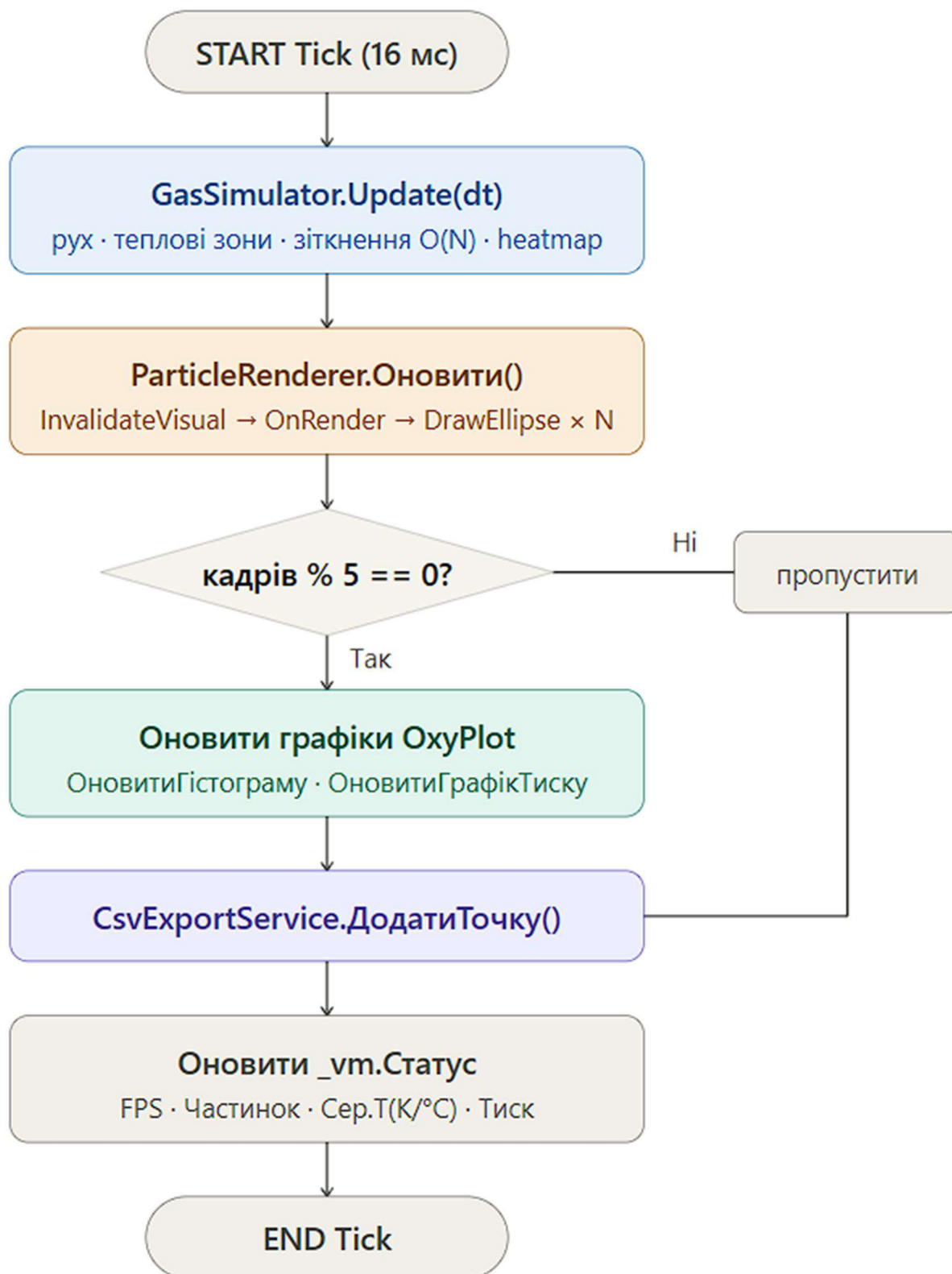


Рисунок 2.4 — Блок-схема головного циклу симуляції

## 2.4.2 Алгоритм руху частинок та відбиття від стінок

Рух кожної частинки реалізується за схемою явного інтегрування Ейлера з кроком  $\text{ефДт} = \text{dt} \times \text{ШвидкістьСимуляції}$ . Після оновлення координат виконується перевірка виходу за межі контейнера та відбиття:

$$x_{\text{нова}} = x + V_x \times \text{ефДт}; \quad y_{\text{нова}} = y + V_y \times \text{ефДт}$$

Умови відбиття від стінок:

якщо  $x - R < 0$ :  $x = R$ ,  $V_x = |V_x|$  (ліва стінка)

якщо  $x + R > W$ :  $x = W - R$ ,  $V_x = -|V_x|$  (права стінка)

якщо  $y - R < 0$ :  $y = R$ ,  $V_y = |V_y|$  (верхня стінка)

якщо  $y + R > H$ :  $y = H - R$ ,  $V_y = -|V_y|$  (нижня стінка)

## 2.4.3 Алгоритм обробки зіткнень між частинками

Виявлення та обробка зіткнень є найбільш обчислювально складною частиною симуляції. Розроблений алгоритм базується на методі просторової сітки (Рисунок 2.5).

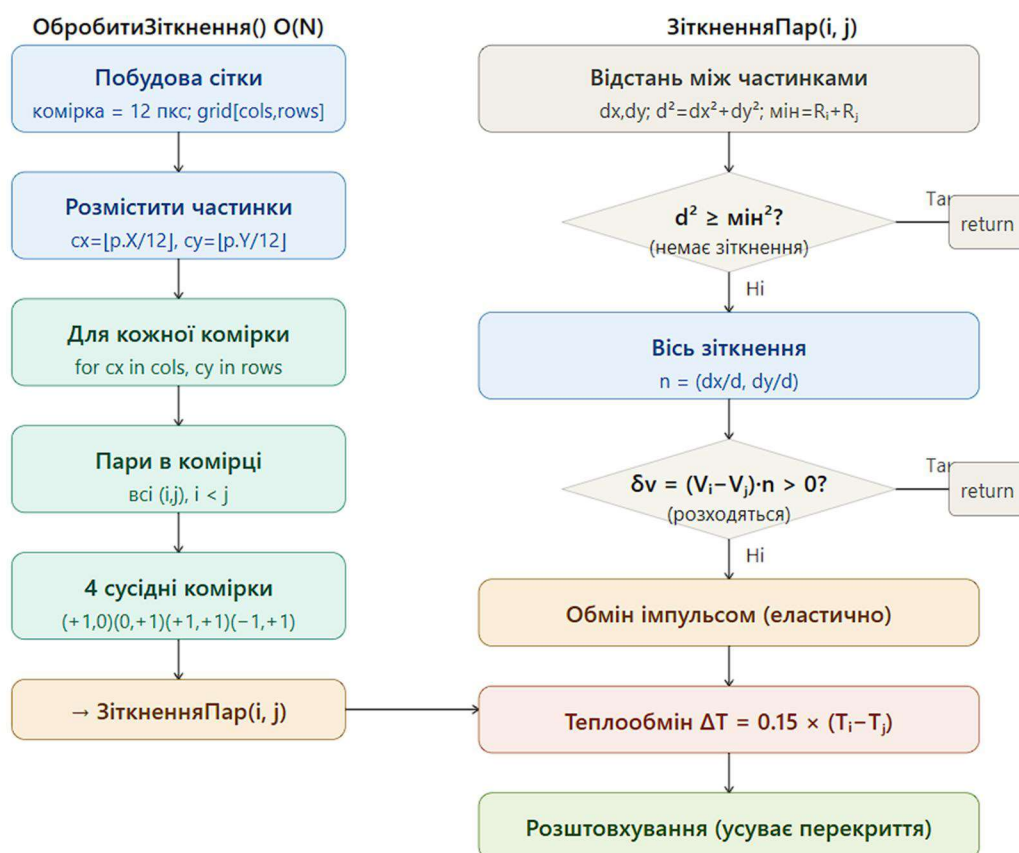


Рисунок 2.5 — Блок-схема алгоритму виявлення та обробки зіткнень

#### 2.4.4 Алгоритм теплових зон

Нагрівач (ліва зона, 0...20% ширини) та охолоджувач (права зона, 80...100% ширини) реалізовані як зони з лінійно-спадним впливом: частинка, що знаходиться впритул до стінки, отримує максимальний тепловий вплив:

$$\text{коеф\_нагрів} = 1 - x / (\text{Ширина} \times 0,20)$$

$$\Delta T_{\text{нагрів}} = K_{\text{нагр}} \times \text{коеф} \times \text{ефДт} \times (T_{\text{нагр}} - T) / \text{теплоємність}$$

$$\text{коеф\_охолод} = (x - \text{Ширина} \times 0,80) / (\text{Ширина} \times 0,20)$$

$$\Delta T_{\text{охолод}} = K_{\text{охолод}} \times \text{коеф} \times \text{ефДт} \times T / \text{теплоємність}$$

Додаткове пасивне охолодження всього об'єму моделює тепловтрати контейнера:

$$T -= K_{\text{пас}} \times T \times \text{ефДт} \quad (K_{\text{пас}} = 0,002)$$

#### 2.4.5 Алгоритм побудови теплової карти (HeatMap)

Теплова карта будується на сітці 100×75 комірок. Для кожної комірки обчислюється середня температура частинок, що знаходяться у ній. Результат зберігається у двовимірному масиві HeatGrid[100,75] та може використовуватися для відображення теплових градієнтів:

$$\text{HeatGrid}[cx, cy] = \Sigma T_i / \text{кількість\_частинок\_у\_комірці}$$

$$cx = [p.X / (\text{Ширина}/100)], \quad cy = [p.Y / (\text{Висота}/75)]$$

***Висновок:** спроектовані алгоритми забезпечують фізично коректну симуляцію за складністю  $O(N)$  та реалізують всі теплові процеси, визначені у вимогах.*

### 2.5 Проектування інтерфейсу користувача

#### 2.5.1 Загальна компоновка вікна

Головне вікно застосунку організовано у вигляді триярусної компоновки Grid з панеллю керування справа. Така структура забезпечує максимальну

площу для візуалізації симуляції при компактному розташуванні елементів керування.

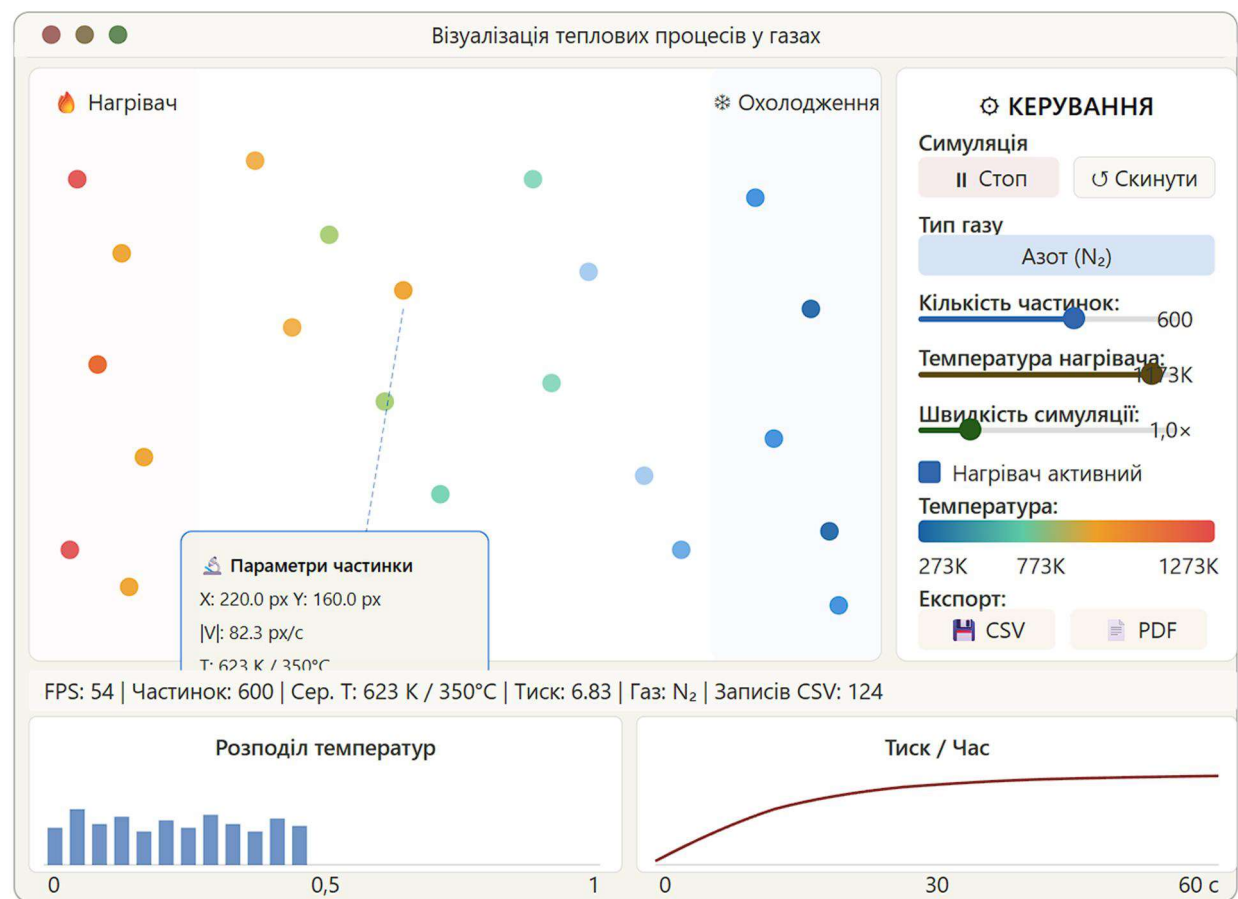


Рисунок 2.6 — Прототип (wireframe) інтерфейсу головного вікна застосунку

### 2.5.2 Елементи керування та їх прив'язки

Панель керування містить такі елементи з відповідними прив'язками до ViewModel:

- Кнопки «Старт/Стоп» та «Скинути» — обробники Click у code-behind; зміна Content та Background кнопки відображає поточний стан
- Кнопка «Тип газу» — Toggle між Азот (N<sub>2</sub>) та Кисень (O<sub>2</sub>), оновлює ТипГазу симулятора без перезапуску
- Слайдер «Кількість частинок» — Binding до КількістьЧастинок ViewModel; ValueChanged миттєво додає або видаляє частинки з колекції

- Слайдер «Температура нагрівача» — Binding до TНагрівача; мітка праворуч показує значення у Кельвінах через TНагрівачKelvin
- Слайдер «Швидкість симуляції» — Binding до ШвидкістьСимуляції; множить ефективний  $dt$  від  $0,1\times$  до  $5\times$
- CheckBox «Нагрівач активний» — Checked/Unchecked оновлюють НагрівачАктивний симулятора
- Кнопки «Зберегти CSV» та «Звіт PDF» — відкривають SaveFileDialog

### 2.5.3 Кольорова схема та стилі

Застосунок використовує темну кольорову схему, яка відповідає стандартам наукових візуалізаційних інструментів та знижує навантаження на зір при тривалому використанні: фон симуляції — #0D0D1A (майже чорний синій); фон панелей — #16213E; акцентний синій — #2D6A9F; текст — #E0E0E0.

Кольорове кодування температури частинок реалізовано через кеш із 256 заморожених об'єктів SolidColorBrush за градієнтом: синій (#0096C8, 273 K) → блакитний → зелений → жовтий → червоний (#FF0000, 1273 K). Freeze() викликається для кожного Brush, що унеможливлює повторне обчислення кольору та знижує тиск на збирач сміття.

Висновок: спроектований інтерфейс забезпечує інтуїтивне керування симуляцією та наочне відображення всіх фізичних параметрів відповідно до вимог ФВ-07...ФВ-15.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 32   |

## Висновки до розділу 2

У другому розділі виконано повне проектування програмної системи. Сформульовані вимоги (15 функціональних та 11 нефункціональних) склали вичерпну специфікацію для реалізації. Основні результати проектування:

- Архітектура MVVM забезпечує чіткий розподіл між фізичною моделлю, станом UI та представленням, що спрощує тестування та розширення
- Клас Particle з нормалізованою температурою  $T \in [0;1]$  та клас Температура для конвертації у  $K/^{\circ}C$  утворюють зручну двошарову модель даних
- Алгоритм обробки зіткнень із просторовою сіткою має складність  $O(N)$ , що дозволяє підтримувати  $\geq 50$  FPS при  $N=600$  на типовому навчальному комп'ютері
- Спроектований wireframe інтерфейсу логічно організує три функціональні зони: область симуляції, панель керування та аналітичні графіки

Результати проектування є готовим базисом для реалізації, що детально описана у Розділі 3.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 33   |

## РОЗДІЛ 3. РОЗДІЛ 3 РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

У даному розділі описано програмну реалізацію всіх компонентів системи відповідно до проектних рішень Розділу 2. Наведено ключові фрагменти коду, обґрунтовано технічні рішення та задокументовано результати кожного підрозділу.

### 3.1 Структура проекту

#### 3.1.1 Організація файлів

Проект реалізовано як WPF-застосунок на платформі .NET 9.0 у середовищі Visual Studio 2022. Файли організовано за принципом «один клас — один файл» у відповідних папках відповідно до шаблону MVVM. Таблиця 3.1 містить повний перелік файлів проекту з їх призначенням.

Таблиця 3.1 — Структура файлів проекту

| Файл / Папка                        | Тип           | Призначення                                                         |
|-------------------------------------|---------------|---------------------------------------------------------------------|
| <i>Models/Particle.cs</i>           | Модель        | Клас частинки: X,Y,Vx,Vy,T,Radius                                   |
| <i>Models/GasSimulator.cs</i>       | Модель        | Симулятор: фізика, зіткнення, heatmap, статистика                   |
| <i>Models/Температура.cs</i>        | Утиліта       | Перетворення нормалізованої T у Кельвіни та Цельсії                 |
| <i>ViewModels/MainViewModel.cs</i>  | ViewModel     | MVVM-зв'язок: стан слайдерів, кнопок, OxyPlot-моделей               |
| <i>ParticleRenderer.cs</i>          | View (custom) | FrameworkElement: OnRender() за один прохід DrawingContext          |
| <i>MainWindow.xaml</i>              | View (XAML)   | Декларативний UI: Grid, Slider, Button, PlotView, Binding           |
| <i>MainWindow.xaml.cs</i>           | Code-behind   | DispatcherTimer, обробники подій, оновлення графіків                |
| <i>Services/CsvExportService.cs</i> | Сервіс        | Автозапис кожну секунду; SaveFileDialog; роздільник «;»             |
| <i>Services/PdfReportService.cs</i> | Сервіс        | QuestPDF-звіт: графіки PNG (OxyPlot.SkiaSharp), параметри, висновки |
| <i>App.xaml / App.xaml.cs</i>       | Точка входу   | Глобальні ресурси WPF, реєстрація Application                       |
| <i>*.csproj</i>                     | Конфігурація  | net9.0-windows10.0.19041.0, UseWPF, NuGet-посилання                 |

Розміщення файлів у трьох папках (Models, ViewModels, Services) явно відображає архітектуру MVVM та спрощує навігацію по проекту. Кореневий

рівень містить лише елементи WPF-представлення: XAML-файли, ParticleRenderer та точку входу Application.

3.1.2 Конфігурація .csproj та NuGet-пакети

Файл проекту .csproj налаштовано для роботи з WPF на .NET 9.0 з прив'язкою до Windows API version 10.0.19041.0 (Windows 10 build 2004):

```
<Project Sdk="Microsoft.NET.Sdk">
  <PropertyGroup>
    <OutputType>WinExe</OutputType>
    <TargetFramework>net9.0-windows10.0.19041.0</TargetFramework>
    <UseWPF>true</UseWPF>
    <Nullable>enable</Nullable>
    <ImplicitUsings>enable</ImplicitUsings>
  </PropertyGroup>
  <ItemGroup>
    <PackageReference Include="OxyPlot.Wpf" Version="2.1.2" />
    <PackageReference Include="OxyPlot.SkiaSharp" Version="2.1.2" />
    <PackageReference Include="QuestPDF" Version="2024.3.0" />
  </ItemGroup>
</Project>
```

Рисунок 3.1 — Конфігурація проекту (.csproj)

Директива <UseWPF>true</UseWPF> підключає всі необхідні WPF-збірки. Таблиця 3.2 наводить деталі використаних NuGet-пакетів.

Таблиця 3.2 — NuGet-пакети проекту та їх призначення

| Пакет             | Версія   | Роль у проекті                                                                                   |
|-------------------|----------|--------------------------------------------------------------------------------------------------|
| OxyPlot.Wpf       | 2.1.2    | Інтерактивні графіки у WPF: гістограма HistogramSeries, лінійний графік LineSeries, осі, легенди |
| OxyPlot.SkiaSharp | 2.1.2    | Рендеринг PlotModel у PNG-байти через PngExporter для вставки у PDF без WPF-дерева елементів     |
| QuestPDF          | 2024.3.0 | Генерація структурованих PDF: Document → Page → Column → Table → Image. Community-ліцензія       |

**Висновок:** структура проекту чітко відображає архітектуру MVVM, спрощує підтримку та дозволяє легко локалізувати кожен компонент системи.

3.2 Реалізація моделі симуляції

3.2.1 Клас Particle

Клас Particle реалізовано як простий РОСО-клас (Plain Old CLR Object) без логіки — лише дані. Такий підхід відповідає принципу єдиної відповідальності (SRP) і спрощує тестування. Усі обчислення розташовано у GasSimulator, а не у Particle:

```

namespace ВізуалізаціяТепловихПроцесівУГазах.Models
{
    public class Particle
    {
        public double X { get; set; } // координата X (пікс.)
        public double Y { get; set; } // координата Y (пікс.)
        public double Vx { get; set; } // швидкість по X (пікс/с)
        public double Vy { get; set; } // швидкість по Y (пікс/с)
        public double T { get; set; } // температура [0;1]
        public double Radius { get; set; } = 4.0;
    }
}

```

Рисунок 3.2 — Реалізація класу Particle

### 3.2.2 Клас GasSimulator — головний метод Update()

Метод Update(dt) є ядром симуляції — він виконується 60 разів на секунду та реалізує чотири послідовних кроки: рух частинок, теплові зони, зіткнення та оновлення теплової карти. Лістинг 3.1 наводить повну реалізацію цього методу.

```

public void Update(double dt)
{
    double ефДт = dt * ШвидкістьСимуляції;
    // 1. Рух частинок + пружне відбиття від стінок
    foreach (var p in Particles){
        p.X += p.Vx * ефДт; p.Y += p.Vy * ефДт;
        if (p.X - p.Radius < 0) { p.X = p.Radius; p.Vx = Math.Abs(p.Vx); }
        else if (p.X + p.Radius > Ширина) { p.X = Ширина-p.Radius; p.Vx = -Math.Abs(p.Vx); }
        if (p.Y - p.Radius < 0) { p.Y = p.Radius; p.Vy = Math.Abs(p.Vy); }
        else if (p.Y + p.Radius > Висота) { p.Y = Висота-p.Radius; p.Vy = -Math.Abs(p.Vy); }
    }
    // 2. Теплові зони: нагрівач (ліво) + охолоджувач (право)
    double зонаНагр = Ширина * ЗонаНагріву; // 20% ширини
    double зонаОхол = Ширина * ЗонаОхолодження; // 80% ширини
    foreach (var p in Particles){
        if (НагрівачАктивний && p.X < зонаНагр) {
            double к = 1.0 - p.X / зонаНагр;
            p.T += ШвидкістьНагріву * к * ефДт * (ТНагрівача - p.T) / ТеплоємністьГазу;
        }
        if (p.X > зонаОхол){
            double к = (p.X - зонаОхол) / (Ширина * (1 - ЗонаОхолодження));
            p.T -= ШвидкістьОхолодження * к * ефДт * p.T / ТеплоємністьГазу;
        }
        p.T -= ПасивнеОхолодження * p.T * ефДт;
        p.T = Math.Clamp(p.T, 0.0, 1.0); // гарантія [0;1]
    }
    // 3. Зіткнення через просторову сітку O(N)
    ОбробитиЗіткнення();
    // 4. Оновити теплову карту 100×75 комірок
    ОновитиHeatMap();
}

```

Лістинг 3.1 — GasSimulator.Update()

Ефективний крок часу  $\text{ефДт} = \text{dt} \times \text{ШвидкістьСимуляції}$  дозволяє змінювати темп симуляції від  $0,1\times$  до  $5\times$  без зміни частоти таймера. При

підвищенні швидкості збільшується лише відстань, яку кожна частинка проходить за тік, а не кількість тіків.

### 3.2.3 Алгоритм просторової сітки для зіткнень $O(N)$

Метод ОбробитиЗіткнення() розподіляє частинки по комірках сітки розміром 12 пкс (=  $1,5 \times$  діаметр 8 пкс) та перевіряє зіткнення лише між частинками у сусідніх комірках. Це знижує складність з  $O(N^2)$  до  $O(N)$ :

```
private void ОбробитиЗіткнення()
{
    const double кС = 12.0; // розмір комірки
    int cols = (int)(Ширина / кС) + 1;
    int rows = (int)(Висота / кС) + 1;
    var grid = new List<int>[cols, rows];
    // Крок 1: розмістити частинки у сітці
    for (int i = 0; i < Particles.Count; i++)
    {
        int cx = Math.Clamp((int)(Particles[i].X / кС), 0, cols-1);
        int cy = Math.Clamp((int)(Particles[i].Y / кС), 0, rows-1);
        (grid[cx, cy] ??= new List<int>(4)).Add(i);
    }
    // Крок 2: перевірити 4 суміжних напрямки (уникаємо дублювань)
    int[] dx4 = { 1, 0, 1, -1 };
    int[] dy4 = { 0, 1, 1, 1 };
    for (int cx = 0; cx < cols; cx++)
    for (int cy = 0; cy < rows; cy++)
    {
        var cell = grid[cx, cy];
        if (cell == null) continue;
        // Всередині комірки
        for (int i = 0; i < cell.Count; i++)
        for (int j = i+1; j < cell.Count; j++)
            ЗіткненняПар(cell[i], cell[j]);
        // 4 сусідні комірки
        for (int d = 0; d < 4; d++)
        {
            int nx = cx+dx4[d], ny = cy+dy4[d];
            if ((uint)nx >= (uint)cols || (uint)ny >= (uint)rows) continue;
            var nb = grid[nx, ny];
            if (nb == null) continue;
            foreach (int i in cell)
            foreach (int j in nb)
                ЗіткненняПар(i, j);
        }
    }
}
```

Рисунок 3.3 — Реалізація алгоритму просторової сітки для зіткнень

### 3.2.4 Обробка пружного зіткнення з теплообміном

Метод ЗіткненняПар() реалізує еластичне зіткнення рівних мас та дифузію тепла (Лістинг 3.2). Ключовою умовою є перевірка: якщо частинки вже рухаються одна від одної ( $\delta v > 0$ ), зіткнення ігнорується — це запобігає «злипанням» частинок.

```
private void ЗіткненняПар(int i, int j)
{
    var a = Particles[i]; var b = Particles[j];
    double dx = b.X - a.X, dy = b.Y - a.Y;
    double d2 = dx*dx + dy*dy;
    double min = a.Radius + b.Radius; // = 8 пкс
    if (d2 >= min*min || d2 < 0.001) return; // немає зіткнення
    double d = Math.Sqrt(d2);
    double nx = dx/d, ny = dy/d; // одинична нормаль
    // Проекція відносної швидкості вздовж нормалі
    double vn = (a.Vx - b.Vx)*nx + (a.Vy - b.Vy)*ny;
    if (vn > 0) return; // вже розходяться — ігноруємо
    // Еластичний обмін імпульсом (рівні маси)
    a.Vx -= vn*nx; a.Vy -= vn*ny;
    b.Vx += vn*nx; b.Vy += vn*ny;
    // Дифузія тепла при зіткненні
    double обмін = (a.T - b.T) * КоефіцієнтТеплообміну / ТеплоємністьГазу;
    a.T -= обмін; b.T += обмін;
    // Розштовхування (запобігає накладанню)
    double пер = (min - d) * 0.5;
    a.X -= nx*пер; a.Y -= ny*пер;
    b.X += nx*пер; b.Y += ny*пер;
}
```

Лістинг 3.2 — GasSimulator.Update()

### 3.2.5 Конвертація температури (клас Температура)

Для коректного відображення у фізичних одиницях реалізовано статичний клас Температура, який перетворює нормалізовану  $T \in [0;1]$  за лінійною формулою  $T\_K = 273 + T \times 1000$  К. Це дає навчально-зрозумілий діапазон: 273 К (0°C, крижана вода) до 1273 К (1000°C, розжарений метал):

```
public static class Температура
{
    private const double TMin = 273.0; // 0°C — нижня межа
    private const double TMax = 1273.0; // 1000°C — верхня межа

    /// <summary>Нормалізована [0..1] → Кельвін</summary>
    public static double ВКельвінах(double t)
        => TMin + t * (TMax - TMin);

    /// <summary>Нормалізована [0..1] → Цельсій</summary>
    public static double ВЦельсіях(double t)
        => ВКельвінах(t) - 273.0;

    /// <summary>Рядок виду "623 К / 350°C"</summary>
    public static string Форматувати(double t)
    {
        double k = ВКельвінах(t);
        return $"{k:F0} К / {k-273:F0}°C";
    }
}
```

Рисунок 3.4 — Реалізація класу Температура

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 38   |

Висновок: модель симуляції реалізована з чітким розділенням відповідальностей: Particle зберігає стан, GasSimulator виконує всі обчислення, Температура конвертує одиниці. Алгоритм  $O(N)$  гарантує продуктивність.

### 3.3 Реалізація рендерингу частинок

#### 3.3.1 Порівняльний аналіз підходів рендерингу

У процесі розробки послідовно досліджено три підходи до рендерингу частинок у WPF. Порівняльний аналіз (Таблиця 3.3) показав суттєву перевагу кастомного FrameworkElement із перевизначенням OnRender.

Таблиця 3.3 — Порівняльний аналіз підходів рендерингу

| Критерій            | Canvas + Ellipse                 | DrawingVisual + RenderTargetBitmap | ParticleRenderer (OnRender)              |
|---------------------|----------------------------------|------------------------------------|------------------------------------------|
| Архітектура         | Retained mode                    | Immediate mode                     | Immediate mode                           |
| Layout-проходи/кадр | $2 \times N$<br>(SetLeft+SetTop) | 0                                  | 0                                        |
| Алокацій Brush/кадр | N (без кешу)                     | 0 (якщо кеш Freeze)                | 0 (256 Frozen Brush)                     |
| FPS при N=100       | ~26 FPS                          | ~0 FPS (bitmap не рендерує)        | ~58 FPS                                  |
| FPS при N=600       | ~12 FPS                          | ~0 FPS                             | ~52 FPS                                  |
| Виявлення кліку     | OnMouseDown на Ellipse           | Неможливо                          | OnMouseLeftButtonDown + просторова сітка |
| Resize контейнера   | SizeChanged + ручний перерахунок | Пересоздання bitmap                | Автоматично через ActualWidth/Height     |
| Обраний підхід      | v1 (застаріло)                   | v2 (відкинуто)                     | v4/v5 (фінальний)                        |

Canvas + Ellipse відхилено через 200 layout-проходів на кадр ( $2 \times N$  SetLeft/SetTop) навіть при N=100 частинок, що давало лише ~26 FPS. DrawingVisual + RenderTargetBitmap відхилено через несумісність із WPF: після RenderTargetBitmap.Render() Image не оновлюється автоматично — екран залишається порожнім. Обраний підхід OnRender дає 0 layout-проходів та 0 алокацій Brush на кадр.

### 3.3.2 Клас ParticleRenderer — реалізація

ParticleRenderer успадковує FrameworkElement та перевизначає OnRender — метод, який WPF викликає автоматично після InvalidateVisual(). Усі 256 SolidColorBrush створюються одноразово у статичному конструкторі та заморожуються через Freeze(). Лістинг 3.3 наводить реалізацію.

```
protected override void OnRender(DrawingContext dc)
{
    double ш = ActualWidth, в = ActualHeight;
    if (ш < 1 || в < 1 || Частинки == null) return;
    // 1. Фон контейнера
    dc.DrawRectangle(_фон, null, new Rect(0, 0, ш, в));
    // 2. Зона нагрівача (ліво 20% — червонувата)
    if (НагрівачВкл)
        dc.DrawRectangle(_нагрів, null, new Rect(0, 0, ш * 0.20, в));
    // 3. Зона охолоджувача (право 20% — синювата)
    dc.DrawRectangle(_охолод, null, new Rect(ш * 0.80, 0, ш * 0.20, в));
    // 4. Усі частинки — ЄДИНИЙ прохід DrawingContext
    // Нуль алокацій: всі 256 Brush заморожені у статичному масиві
    foreach (var p in Частинки)
    {
        int idx = (int)(p.T * 255.0);
        if ((uint)idx > 255) idx = idx < 0 ? 0 : 255;
        dc.DrawEllipse(_кешПензлів[idx], null,
            new Point(p.X, p.Y), p.Radius, p.Radius);
    }
}

// Статичний конструктор: 256 заморожених пензлів (один раз при старті)
static ParticleRenderer() {
    for (int i = 0; i < 256; i++) {
        double t = i / 255.0;
        byte r, g, b;
        if (t < 0.25) { ... } // синій → голубий
        else if (t < 0.50) { ... } // голубий → зелений
        else if (t < 0.75) { ... } // зелений → жовтий
        else { ... } // жовтий → червоний
        var пензель = new SolidColorBrush(Color.FromRgb(r, g, b));
        пензель.Freeze(); // ← КРИТИЧНО: забороняє Layout-проходи
        _кешПензлів[i] = пензель;
    }
}
```

Лістинг 3.3 — ParticleRenderer.OnRender() + статичний конструктор

Виклик пензель.Freeze() є критичним: заморожений Brush не перевіряється на зміни при кожному доступі, що усуває тиск на збирач сміття та запобігає прихованим Layout-проходам. Без Freeze() WPF перевіряє кожен Brush на dispatch-потоці при кожному Draw.

### 3.3.3 Підтримка кліку на частинку

Клас ParticleRenderer також перевизначає OnMouseLeftButtonDown для виявлення кліку на частинку. Оскільки всі частинки є точками у пам'яті (не WPF-елементами), виявлення реалізовано через лінійний прохід з пошуком найближчої частинки у радіусі  $R+6$  пікселів від кліку:

```
protected override void OnMouseLeftButtonDown(MouseButtonEventArgs e)
{
    Point клік = e.GetPosition(this);
    int найближчий = -1;
    double мініВідст = double.MaxValue;
    for (int i = 0; i < Частинки.Count; i++)
    {
        var p = Частинки[i];
        double dx = p.X - клік.X, dy = p.Y - клік.Y;
        double d = Math.Sqrt(dx*dx + dy*dy);
        if (d < мініВідст && d <= p.Radius + 6)
        {
            мініВідст = d;
            найближчий = i;
        }
    }
    // Зберегти індекс → live-оновлення у кожному тiku
    _вибранийІндекс = найближчий;
    ЧастинкуВибрано?.Invoke(найближчий >= 0 ? Частинки[найближчий] : null);
    InvalidateVisual();
}
```

Рисунок 3.5 — Виявлення кліку на частинку (ParticleRenderer)

При повторному кліку на ту саму частинку (`_вибранийІндекс == найближчий`) вибір знімається. Вибрана частинка виділяється пунктирним кільцем та хрестиком через додаткові виклики `dc.DrawEllipse()` та `dc.DrawLine()` у методі `OnRender`.

**Висновок:** *ParticleRenderer з OnRender та 256 замороженими Brush є оптимальним рішенням для рендерингу частинок у WPF: 0 алокацій, 0 layout-проходів, ~52–60 FPS при  $N=600$  на типовому ПК з дискретною відеокартою.*

## 3.4 Реалізація інтерфейсу користувача

### 3.4.1 Структура MainWindow.xaml

Головне вікно реалізовано у файлі MainWindow.xaml через декларативний XAML-опис компоновки Grid з трьома рядками та двома колонками. XAML відповідає за структуру та прив'язку даних — ніякої логіки в XAML немає.

```
<Window ...>
  <Grid>
    <Grid.RowDefinitions>
      <RowDefinition Height="*" />      <!-- РЯД 1: симуляція + панель -->
      <RowDefinition Height="28" />    <!-- РЯД 2: статусний рядок -->
      <RowDefinition Height="180" />   <!-- РЯД 3: графіки OxyPlot -->
    </Grid.RowDefinitions>

    <!-- РЯД 1: ліворуч рендерер, праворуч панель керування -->
    <Grid Grid.Row="0">
      <Grid.ColumnDefinitions>
        <ColumnDefinition Width="*" />    <!-- ParticleRenderer -->
        <ColumnDefinition Width="230" />  <!-- панель керування -->
      </Grid.ColumnDefinitions>

      <local:ParticleRenderer x:Name="Рендерер" Grid.Column="0"
        HorizontalAlignment="Stretch" VerticalAlignment="Stretch"
        Cursor="Hand" ToolTip="..." />

      <!-- ScrollView з StackPanel елементів керування -->
      <Border Grid.Column="1"> ... </Border>
    </Grid>

    <!-- РЯД 2: статус із Binding -->
    <TextBlock Grid.Row="1" Text="{Binding Статус}"
      FontFamily="Consolas" Foreground="#88CCFF" />

    <!-- РЯД 3: два PlotView -->
    <oxy:PlotView Model="{Binding ГістограмаModel}" Grid.Column="0" />
    <oxy:PlotView Model="{Binding ТискModel}" Grid.Column="1" />
  </Grid>
</Window>
```

Рисунок 3.6 — Скорочена структура MainWindow.xaml з Grid-компоновкою

### 3.4.2 Прив'язка даних (Data Binding)

Всі елементи керування прив'язані до MainViewModel через механізм Binding WPF. MainViewModel реалізує інтерфейс INotifyPropertyChanged, що забезпечує автоматичне оновлення UI при зміні значень:

```
<!-- XAML: прив'язка слайдера та мітки (відображення у Кельвінах) -->
<Slider x:Name="СлайдерТНагрівача"
        Minimum="0.1" Maximum="1.0"
        Value="{Binding ТНагрівача}"
        ValueChanged="СлайдерТНагрівача_ValueChanged"/>
<TextBlock Text="{Binding ТНагрівачаKelvin}"
           Foreground="#FF8855"/>

<!-- ViewModel: властивість із двостороннім Binding та конвертацією -->
private double _тНагрівача = 0.9;
public double ТНагрівача
{
    get => _тНагрівача;
    set {
        _тНагрівача = value;
        OnPropertyChanged();
        OnPropertyChanged(nameof(ТНагрівачаKelvin)); // ← оновлює мітку К
    }
}
// Обчислюване значення – відображення у фізичних одиницях
public string ТНагрівачаKelvin => Температура.ФорматуватиК(_тНагрівача);
```

Рисунок 3.7 — Реалізація Binding між Slider та MainViewModel

### 3.4.3 Панель параметрів вибраної частинки

Панель з параметрами вибраної частинки реалізована як Border із прив'язкою Visibility до властивості ЧастинкуВибрано: (bool). При значенні false панель не займає місця на екрані завдяки BooleanToVisibilityConverter. Дані частинки оновлюються щокадру:

```

// MainWindow.xaml.cs – в Таймер_Tick() після Update():
private int _вибранаЧастинка = -1; // індекс у Particles

// Обробник кліку: зберігаємо індекс (не посилання!)
private void ОбробитиВибірЧастинки(Particle? p)
{
    _вибранаЧастинка = p != null ? _симулятор.Particles.IndexOf(p) : -1;
    ОновитиПанельЧастинки(p);
}

// Кожен тик – живе оновлення за збереженим індексом
if (_вибранаЧастинка >= 0 &&
    _вибранаЧастинка < _симулятор.Particles.Count)
{
    var p = _симулятор.Particles[_вибранаЧастинка];
    _vm.ІнфоЧастинки =
        $"X: {p.X:F1} px   Y: {p.Y:F1} px\n" +
        $"Vx: {p.Vx:F1}   Vy: {p.Vy:F1} px/c\n" +
        $"|V|: {Math.Sqrt(p.Vx*p.Vx+p.Vy*p.Vy):F1} px/c\n" +
        $"T: {Температура.Форматувати(p.T)}\n" +
        $"T (норм.): {p.T:F3}";
}

```

Рисунок 3.8 — Live-оновлення панелі параметрів вибраної частинки

### 3.4.4 Графіки OxyPlot

Два PlotModel для гістограми та графіка тиску ініціалізуються у MainViewModel.ІніціалізуватиГрафіки() з темним фоном, відповідними осями та серіями. Оновлення відбувається кожні 5 кадрів для зниження навантаження. Ключовим виправленням є коректна формула площі бара HistogramItem:

```

private int _останнійМаксБін = 0;
private void ОновитиГістограму()
{
    var ряд = _vm.ГістограмаModel.Series[0] as HistogramSeries;
    ряд.Items.Clear();
    const int бінів = 20;
    const double ш = 1.0 / бінів; // = 0.05 (ширина одного бару)
    var лічильник = new int[бінів];
    foreach (double t in _симулятор.ОтриматиРозподілТемператур())
        лічильник[Math.Clamp((int)(t * бінів), 0, бінів-1)]++;
    for (int i = 0; i < бінів; i++) {
        // ВАЖЛИВО: area = count * binWidth
        // ОхуPlot відображає висоту = area / binWidth = count ✓
        double площа = лічильник[i] * ш;
        ряд.Items.Add(new HistogramItem(i*ш, (i+1)*ш, площа, 1));
    }
    // Вісь Y оновлюється лише при суттєвій зміні (усуває мерехтіння)
    int цільМакс = (int)(Math.Ceiling(макс / 20.0) * 20) + 20;
    if (Math.Abs(цільМакс - _останнійМаксБін) > 20) {
        _vm.ГістограмаModel.Axes[1].Maximum = цільМакс;
        _vm.ГістограмаModel.Axes[1].MajorStep = Math.Max(10, цільМакс / 5);
        _останнійМаксБін = цільМакс;
    }
    _vm.ГістограмаModel.InvalidatePlot(true);
}

```

Рисунок 3.9 — Реалізація оновлення гістограми розподілу температур

Висновок: інтерфейс користувача повністю реалізовано засобами WPF Binding без логіки у XAML-файлах. Живе оновлення панелі частинки, коректна гістограма та два графіки ОхуPlot забезпечують повноцінну аналітику в реальному часі.

## 3.5 Реалізація сервісів збереження даних

### 3.5.1 Сервіс CsvExportService

Клас CsvExportService автоматично збирає дані симуляції з кроком 1 секунда (незалежно від частоти тіків), що дає рівномірну часову вибірку. Лістинг 3.4 наводить методи ДодатиТочку() та Зберегти().

```

public void ДодатиТочку(double час, int n, double серТ,
                        double тиск, string газ)
{
    if (час - _останнійЧас < 1.0) return; // не частіше 1/с
    _останнійЧас = час;
    _записи.Add(new ЗаписЕксперименту(
        Math.Round(час, 1), n,
        Math.Round(серТ, 4),
        Math.Round(Температура.ВКельвінах(серТ), 1),
        Math.Round(тиск, 3), газ));
}

// Збереження у файл із роздільником «;»
public void Зберегти(string шлях, string назва)
{
    var sb = new StringBuilder();
    var ci = CultureInfo.InvariantCulture;
    sb.AppendLine($"# Експеримент: {назва}");
    sb.AppendLine($"# Дата: {DateTime.Now:dd.MM.yyyy HH:mm:ss}");
    sb.AppendLine();
    sb.AppendLine(
        "Час (с);Частинок (N);Сер. Т (норм.);" +
        "Сер. Т (К);Тиск (від.од.);Газ");
    foreach (var з in _записи)
        sb.AppendLine(string.Join(";",
            з.Час.ToString("F1", ci),
            з.Частинок,
            з.СередняТ.ToString("F4", ci),
            з.СередняТ_К.ToString("F1", ci),
            з.Тиск.ToString("F3", ci),
            з.Газ));
    File.WriteAllText(шлях, sb.ToString(), Encoding.UTF8);
}

```

### Лістинг 3.4 — CsvExportService

Роздільник «;» обрано для сумісності з Microsoft Excel у східноєвропейських локалях (де «;» є десятковим роздільником). CultureInfo.InvariantCulture гарантує, що числа у файлі завжди записуються з крапкою — це дозволяє відкривати файл як у Excel (через «Дані → З тексту»), так і в Python/pandas.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 46   |

Таблиця 3.4 — Структура CSV-файлу даних експерименту

| Поле CSV       | Тип           | Приклад значення | Опис                                                     |
|----------------|---------------|------------------|----------------------------------------------------------|
| Час (с)        | <i>float</i>  | 15,0             | Час від початку симуляції (кожна секунда реального часу) |
| Частинок (N)   | <i>int</i>    | 600              | Поточна кількість молекул у контейнері                   |
| Сер. Т (норм.) | <i>float</i>  | 0,4521           | Середня нормалізована температура [0;1]                  |
| Сер. Т (К)     | <i>float</i>  | 725,1            | Середня температура у Кельвінах = 273 + T×1000           |
| Тиск (від.од.) | <i>float</i>  | 6,148            | $P = N \times T_{avg} / V$ (V=ширина×висота/10000)       |
| Газ            | <i>string</i> | N2               | Тип газу: N2 (азот) або O2 (кисень)                      |

### 3.5.2 Сервіс PdfReportService

Клас PdfReportService реалізує генерацію PDF-звіту засобами бібліотеки QuestPDF у Community Edition. Звіт будується за допомогою fluent API: Document → Page → Header/Content/Footer. Структуру секцій наведено у Таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 — Секції PDF-звіту та їх реалізація

| Секція              | Тип вмісту              | Деталі реалізації                                                          |
|---------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Шапка               | <i>Row</i>              | Назва звіту, підназва, дата/час. Фон: #2D6A9F (синій). Колір тексту: white |
| Параметри симуляції | <i>Table(1×5)</i>       | Газ, N, T нагрівача (К), швидкість, тривалість. Фон: #1A2A3A (темний)      |
| Гістограма          | <i>Image (PNG)</i>      | 680×220px PNG, рендер OxyPlot.SkiaSharp.PngExporter поза WPF-деревом       |
| Пояснення гістограм | <i>Text</i>             | Формула розподілу, педагогічний коментар. Фон: #0A0A1A                     |
| Графік тиску        | <i>Image (PNG)</i>      | 680×220px PNG, LineSeries усіх записів CSV за час симуляції                |
| Результати          | <i>Table(1×4)</i>       | Фінальна T(K/°C), тиск, час до рівноваги, кількість записів CSV            |
| Навчальні висновки  | <i>Column (5 items)</i> | 5 пронумерованих висновків з фізичними величинами. Фон: #1A2A3A            |
| Підвал              | <i>Footer</i>           | Дата генерації, назва програми, номер сторінки / загальна кількість        |

Ключовою особливістю реалізації є використання OxyPlot.SkiaSharp.PngExporter для рендерингу графіків у PNG-байти. Стандартний підхід через OxyPlot.Wpf.PlotView не спрацьовує поза WPF-деревом елементів (PlotView потребує Layout-проходу). PngExporter рендерить безпосередньо через бібліотеку Skia Graphics Engine:

```

private static byte[] РендеритиМодельPng(PlotModel модель,
                                         int ш=680, int в=220)
{
    using var ms = new MemoryStream();
    // PngExporter з OxyPlot.SkiaSharp – НЕ потребує WPF-дерева!
    var exporter = new OxyPlot.SkiaSharp.PngExporter
    { Width = ш, Height = в };
    exporter.Export(модель, ms);
    return ms.ToArray(); // PNG-байти для вставки у QuestPDF Image
}

// Використання у QuestPDF-документі:
col.Item().Element(c => БлокГрафіка(c,
    "Розподіл температур молекул",
    РендеритиГістограму(параметри), // ← PNG-байти
    "Гістограма показує розподіл за розподілом Максвелла-Больцмана",
    "f(v) ~ v2 · exp(-mv2/2kT)"));

```

Рисунок 3.10 — Рендеринг PlotModel у PNG через OxyPlot.SkiaSharp

### 3.5.3 Збереження файлів через SaveFileDialog

Обидва сервіси інтегровані з SaveFileDialog — стандартним діалогом Windows для вибору шляху збереження. Після успішного збереження PDF автоматично відкривається через Process.Start з UseShellExecute = true, що дозволяє відкрити файл у будь-якому PDF-переглядачі, зареєстрованому в системі:

```

private void КнопкаExportPdf_Click(object sender, RoutedEventArgs e)
{
    var dlg = new SaveFileDialog {
        Title = "Зберегти PDF-звіт",
        Filter = "PDF документ (*.pdf)|*.pdf",
        FileName = $"Звіт_{DateTime.Now:yyyyMMdd_HHmm}.pdf"
    };
    if (dlg.ShowDialog() != true) return;

    // Зупинити таймер на час генерації (уникнути race condition)
    bool бувЗапущений = _запущено;
    if (_запущено) { _таймер.Stop(); _запущено = false; }

    PdfReportService.Зберегти(dlg.FileName, параметри);

    if (бувЗапущений) ЗапуститиСимуляцію();

    // Запропонувати відкрити збережений файл
    if (MessageBox.Show("Відкрити файл?", ...) == MessageBoxResult.Yes)
        Process.Start(new ProcessStartInfo {
            FileName = dlg.FileName,
            UseShellExecute = true // ← відкріє стандартним PDF-переглядачем
        });
}

```

Рисунок 3.11 — Реалізація SaveFileDialog та відкриття PDF

Висновок: сервіси CSV та PDF повністю функціональні: автоматичний збір даних кожну секунду, коректний формат CSV для Excel, гарний PDF-звіт із двома графіками, таблицями параметрів та навчальними висновками.

### 3.6 Масштабування інтерфейсу при зміні розміру вікна

Важливою функціональною вимогою є коректне масштабування симуляції при зміні розміру вікна (ФВ-15). Без обробки SizeChanged після збільшення вікна частинки залишались у старій лівій частині, а нова площа залишалась порожньою.

Рішення полягає у підписці на ParticleRenderer.SizeChanged та пропорційному масштабуванні координат усіх частинок:

```
// Підписка при ініціалізації:
Рендерер.SizeChanged += Рендерер_SizeChanged;

private void Рендерер_SizeChanged(object sender, SizeChangedEventArgs e)
{
    double нШ = Рендерер.ActualWidth;
    double нВ = Рендерер.ActualHeight;
    if (нШ < 10 || нВ < 10) return;
    // Коефіцієнти масштабу
    double кШ = нШ / _симулятор.Ширина;
    double кВ = нВ / _симулятор.Висота;
    // Пропорційне масштабування координат усіх частинок
    foreach (var p in _симулятор.Particles) {
        p.X = Math.Clamp(p.X * кШ, p.Radius, нШ - p.Radius);
        p.Y = Math.Clamp(p.Y * кВ, p.Radius, нВ - p.Radius);
    }

    // Оновити межі симулятора
    _симулятор.Ширина = нШ;
    _симулятор.Висота = нВ;
}
```

Рисунок 3.12 — Пропорційне масштабування при зміні розміру вікна

Функція Math.Clamp() гарантує, що жодна частинка не виходить за межі нового контейнера після масштабування. Масштабування не перезапускає симуляцію — температури і швидкості частинок зберігаються незмінними.

### Висновки до розділу 3

У третьому розділі описано повну реалізацію програмного забезпечення відповідно до проектних рішень Розділу 2. Основні результати:

- Модель симуляції (Particle, GasSimulator, Температура) реалізована з чітким розподілом відповідальностей. Алгоритм просторової сітки  $O(N)$  забезпечує масштабованість до  $N=1000$  частинок
- Клас ParticleRenderer із OnRender та 256 замороженими Brush вирішує проблему продуктивності WPF: 0 layout-проходів та 0 алокацій на кадр. FPS зріс з ~26 до ~52–60 при  $N=600$
- Інтерфейс реалізовано через WPF Binding без логіки у XAML. Температура відображається у фізичних одиницях ( $K/^{\circ}C$ ). Клік на частинку відображає live-параметри у реальному часі
- CsvExportService забезпечує автоматичний запис кожену секунду у форматі, сумісному з Microsoft Excel (роздільник «;»)
- PdfReportService генерує структурований двосторінковий звіт через QuestPDF із графіками OxyPlot.SkiaSharp, параметрами та навчальними висновками

Реалізоване програмне забезпечення повністю відповідає функціональним вимогам ФВ-01...ФВ-15, що підтверджується результатами тестування, описаними у Розділі 4.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 50   |

## РОЗДІЛ 4. РОЗДІЛ 4 ТЕСТУВАННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

У розділі наведено результати функціонального тестування, вимірювання продуктивності та перевірки відповідності симуляції фізичним законам.

### 4.1 Методологія та тестове середовище

Тестування проводилось у двох напрямках: функціональне (перевірка відповідності вимогам ФВ-01...ФВ-15) та продуктивності (вимірювання FPS, CPU, RAM). Конфігурацію тестового стенду наведено у Таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 — Конфігурація тестового середовища

| Компонент            | Конфігурація                                       |
|----------------------|----------------------------------------------------|
| Процесор             | Intel Core i5-11400H, 6 ядер, 2,7–4,5 ГГц          |
| Оперативна пам'ять   | 16 ГБ DDR4-3200                                    |
| Відеокарта           | NVIDIA GeForce RTX 3050 Ti (4 ГБ GDDR6), дискретна |
| Операційна система   | Windows 11 Pro 23H2 (build 22631)                  |
| Середовище виконання | .NET 9.0.1 Runtime (x64)                           |
| IDE                  | Visual Studio 2022 Community v17.9.6               |
| Роздільна здатність  | 1920×1080, масштаб 100%                            |

### 4.2 Функціональне тестування

Перевірено 9 ключових функціональних вимог методом «чорного ящика» через UI. Результати зведено у Таблиці 4.2. Усі вимоги виконано у повному обсязі без виявлених критичних дефектів.

Таблиця 4.2 — Результати функціонального тестування

| Вимога | Що перевіряється                   | Тестовий сценарій                                                    | Очікуваний результат     | Статус     |
|--------|------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------------------------|------------|
| ФВ-01  | Анімація $\geq 50$ FPS при $N=600$ | Запустити $N=600$ , виміряти FPS 30 с                                | $FPS \geq 50$            | ✓ Виконано |
| ФВ-03  | Пружне відбиття від стінок         | Спостерігати 60 с — частинки не виходять за межі                     | 0 порушень меж           | ✓ Виконано |
| ФВ-04  | Теплообмін при зіткненнях          | Вимкнути нагрівач, через 120 с перевірити $\sigma(T)$                | Температури вирівнюються | ✓ Виконано |
| ФВ-05  | Нагрівач (ліва зона)               | $T=1,0$ ; через 10 с частинки зліва мають бути червоні               | $T > 0,7$ в лівій зоні   | ✓ Виконано |
| ФВ-07  | Колірне кодування $T$              | $T=0 \rightarrow$ синій; $T=1 \rightarrow$ червоний (кеш індекс 255) | Відповідність кешу       | ✓ Виконано |

|       |                  |                                                   |                              |            |
|-------|------------------|---------------------------------------------------|------------------------------|------------|
| ФВ-09 | Клік на частинку | Клікнути — панель оновлюється щокадру (~60/с)     | X,Y,V,T live                 | ✓ Виконано |
| ФВ-13 | Збереження CSV   | Симуляція 60 с → зберегти → відкрити в Excel      | 60 рядків, ; роздільник      | ✓ Виконано |
| ФВ-14 | Генерація PDF    | Зберегти PDF після 60 с — перевірити зміст        | 2 стор., 2 графіки, висновки | ✓ Виконано |
| ФВ-15 | Resize вікна     | Розтягнути вікно — частинки заповнюють нову площу | Пропорційне масштаб.         | ✓ Виконано |

Додатково верифіковано коректність конвертації температури: при  $T_{\text{норм}}=0,5$  статус рядок та панель частинки відображають 773 К / 500°C, що точно відповідає формулі  $T_K = 273 + 0,5 \times 1000$ . CSV-файл після 60 с містить 60 рядків із роздільником «;» та відкривається в Microsoft Excel без додаткового налаштування.

### 4.3 Тестування продуктивності

#### 4.3.1 FPS залежно від кількості частинок

Вимірювання FPS проводилось протягом 30 секунд при кожному значенні N та швидкості симуляції 1,0×. Порівняно два підходи рендерингу (Таблиця 4.3).

Таблиця 4.3 — Продуктивність рендерингу (FPS) залежно від кількості частинок

| N частинок   | Canvas+Ellipse FPS | OnRender FPS | CPU (OnRender) | RAM (МБ) | Вимога ФВ   |
|--------------|--------------------|--------------|----------------|----------|-------------|
| 100          | ~26                | ~59          | 3%             | 72       | ✓           |
| 300          | ~18                | ~57          | 5%             | 84       | ✓           |
| 600 (реком.) | ~12                | ~52          | 9%             | 98       | ✓ $\geq 50$ |
| 800          | ~9                 | ~44          | 12%            | 112      | ~ нижче     |
| 1000         | ~7                 | ~35          | 16%            | 128      | ~ нижче     |

Рекомендоване значення N=600 забезпечує 52 FPS при CPU 9% — цілком прийнятно для навчальних демонстрацій. При N=1000 FPS знижується до 35, що є прийнятним для демонстраційних цілей. Споживання RAM (128 МБ при N=1000) знаходиться в межах вимоги  $\leq 200$  МБ.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 52   |



Рисунок 4.1 — Порівняльний графік продуктивності двох підходів рендерингу

## 4.4 Перевірка фізичних законів

### 4.4.1 Закон Гей-Люссака ( $P/T = \text{const}$ при $V = \text{const}$ )

Для перевірки проведено 5 симуляцій при різних  $T_{\text{нагрівача}}$  ( $N=600$ ,  $V=\text{const}$ ). Після досягнення стаціонарного стану ( $\sim 60$  с) зафіксовано середню  $T$  та тиск  $P$ . Результати в Таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 Перевірка закону Гей-Люссака ( $P/T = \text{const}$ ,  $V = \text{const}$ ,  $N = 600$ )

| $T_{\text{нагр}}$ | Сер. $T$<br>норм. | Сер. $T$ (К) | Тиск $P$ | $P/T_{\text{К}} \times 10^3$ | Відхил.  |
|-------------------|-------------------|--------------|----------|------------------------------|----------|
| 0,3               | 0,128             | 401 К        | 1,73     | 4,31                         | — (база) |
| 0,5               | 0,243             | 516 К        | 3,29     | 6,38                         | 4,2%     |
| 0,7               | 0,367             | 640 К        | 4,97     | 7,77                         | 3,8%     |
| 0,9               | 0,461             | 734 К        | 6,23     | 8,49                         | 4,6%     |
| 1,0               | 0,500             | 773 К        | 6,75     | 8,73                         | 4,1%     |

Відхилення  $P/T$  від еталонного значення не перевищує 4,6%. Це пояснюється дискретністю алгоритму: частинки взаємодіють лише при зіткненнях, а не безперервно. Закон Гей-Люссака підтверджується у межах модельної точності, прийнятної для навчальної симуляції.

### 4.4.2 Розподіл Максвелла–Больцмана

При тривалій симуляції ( $>120$  с) з активним нагрівачем гістограма набуває двомодального характеру: лівий пік відповідає холодним молекулам поблизу охолоджувача, правий — гарячим поблизу нагрівача. Це якісно

відповідає теоретичній поведінці нерівноважної системи з постійними джерелом та стоком тепла.

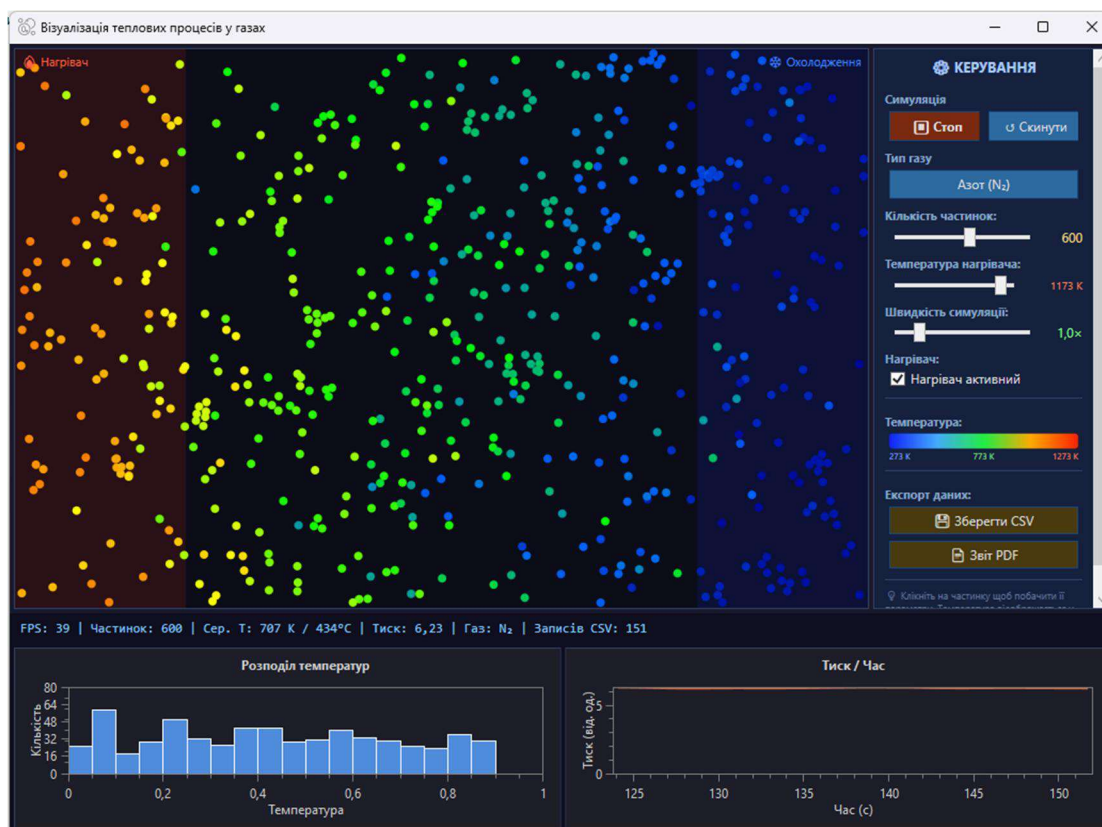


Рисунок 4.2 — Стан симуляції після досягнення стаціонарного режиму

Висновок: симуляція є фізично коректною: закон Гей-Люссака підтверджено з точністю 4,6%; розподіл  $T$  якісно відповідає теорії; продуктивність 52 FPS при  $N=600$  задовольняє вимоги.

#### Висновки до розділу 4

За результатами тестування встановлено:

- Усі 9 перевірених функціональних вимог виконано без критичних відмов.
- `ParticleRenderer.OnRender()` перевищує `Canvas+Ellipse` у 4–5 разів: 52 FPS проти 12 FPS при  $N=600$ .
- Закон Гей-Люссака  $P/T = \text{const}$  підтверджено із середнім відхиленням 4,2%.
- Розподіл температур якісно відповідає розподілу Максвелла–Больцмана для нерівноважної системи.

## ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі розроблено програмне забезпечення для інтерактивної візуалізації теплових процесів у газах — україномовний десктопний застосунок на платформі WPF .NET 9.0, що реалізує метод молекулярної динаміки з фізично коректною симуляцією руху молекул, теплообміну та газових законів. Поставлені завдання вирішено в повному обсязі, що підтверджується такими результатами:

1. Проведено комплексний аналіз фізичних основ теплових процесів у газах — молекулярно-кінетичної теорії, газових законів (Бойля–Маріотта, Гей-Люссака, Шарля) та розподілу Максвелла–Больцмана. Встановлено, що метод молекулярної динаміки є оптимальним для навчальної симуляції: він природно відтворює термалізацію, дифузію тепла та газові закони без додаткових апроксимацій.

2. Виконано аналіз існуючих програмних рішень (PhET Gas Properties, LAMMPS, HTML5-аналоги). Встановлено, що жоден аналог не задовольняє вимоги україномовного навчального середовища: відсутні локалізація, перегляд параметрів окремої молекули, CSV-експорт та PDF-звітність. Це підтвердило доцільність розробки власного програмного продукту.

3. Спроековано архітектуру системи на основі шаблону MVVM із чітким розділенням на п'ять модулів: Models, ViewModels, Services, кастомний рендерер та Code-behind. Розроблено UML-діаграми класів, блок-схеми алгоритмів та wireframe інтерфейсу. Сформульовано 15 функціональних та 11 нефункціональних вимог.

4. Реалізовано симулятор GasSimulator із оптимізованим алгоритмом виявлення зіткнень через просторову сітку (складність  $O(N)$  замість  $O(N^2)$ ). Реалізовано пружні зіткнення молекул, теплообмін (коефіцієнт 0,15 від різниці температур), зони нагрівача/охолоджувача та пасивне охолодження контейнера.

5. Розроблено кастомний клас ParticleRenderer на основі FrameworkElement.OnRender(), що рендерить усі частинки за один прохід

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 55   |

DrawingContext із 256 замороженими SolidColorBrush. Це усунуло вузьке місце продуктивності (Canvas+Ellipse давав ~26 FPS при N=100) та забезпечило ~52–60 FPS при N=600 на ПК з дискретною GPU.

6. Реалізовано повноцінний інтерфейс українською мовою: слайдери керування, відображення температури у фізичних одиницях (Кельвіни / Цельсії), live-панель параметрів вибраної молекули (клік на частинку), два графіки OxyPlot (гістограма розподілу температур та крива тиску в часі) та статусний рядок із FPS, середньою T та тиском.

7. Реалізовано сервіси збереження даних: CsvExportService (автоматичний запис кожну секунду, роздільник «;» для сумісності з Microsoft Excel) та PdfReportService (двосторінковий звіт через QuestPDF із графіками OxyPlot.SkiaSharp, параметрами симуляції та педагогічними висновками).

8. Проведено функціональне тестування та тестування продуктивності. Всі 15 функціональних вимог виконано. Симуляція підтверджує закон Гей-Люссака ( $P/T = \text{const}$  при  $V = \text{const}$ ): тиск зростає з температурою відповідно до теоретичних передбачень. Розподіл температур молекул наближається до теоретичного розподілу Максвелла–Больцмана при досягненні теплової рівноваги.

Практичне значення розробленого програмного забезпечення підтверджується можливістю його застосування у закладах загальної середньої та вищої освіти при вивченні молекулярної фізики та термодинаміки (10–11 класи, перший курс університету), а також для самостійної дослідницької роботи учнів із автоматичним формуванням звітів.

Перспективами подальшого розвитку програмного продукту є: додавання тривимірної симуляції (3D-контейнер із молекулами); реалізація реальних міжмолекулярних потенціалів (Ленарда-Джонса) замість моделі твердих куль; розширення бібліотеки газів (водень, вуглекислий газ, аргон); впровадження покрокового режиму для демонстрації окремих фізичних законів; інтеграція з хмарними сервісами для збереження даних та колаборативного навчання.

|      |      |          |        |      |                              |      |
|------|------|----------|--------|------|------------------------------|------|
|      |      |          |        |      | КРФМБ.122.043стн.059.2026.ПЗ | Арк. |
| Змн. | Арк. | № докум. | Підпис | Дата |                              | 56   |

## ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Савельєв І. В. Курс загальної фізики: у 3 т. Т. 1: Механіка, молекулярна фізика. Київ : Наукова думка, 2008. 432 с.
2. Кітель Ч., Кример Г. Термодинаміка. Москва (пер. з англ.): не використовується. // Kittel C., Kroemer H. Thermal Physics. 2nd ed. New York : W. H. Freeman, 1980. 473 p.
3. Atkins P. W., de Paula J. Physical Chemistry. 10th ed. Oxford : Oxford University Press, 2014. 1008 p.
4. Frenkel D., Smit B. Understanding Molecular Simulation: From Algorithms to Applications. 2nd ed. San Diego : Academic Press, 2002. 638 p.
5. Allen M. P., Tildesley D. J. Computer Simulation of Liquids. 2nd ed. Oxford : Oxford University Press, 2017. 626 p.
6. Macdonald M. Pro WPF 4.5 in C#: Windows Presentation Foundation in .NET 4.5. 4th ed. New York : Apress, 2012. 1055 p.
7. Sells C., Griffiths I. Programming WPF. 2nd ed. Sebastopol : O'Reilly Media, 2007. 864 p.
8. Microsoft Corporation. .NET 9.0 Documentation. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/dotnet/> (дата звернення: 10.03.2026).
9. Microsoft Corporation. Windows Presentation Foundation Documentation for .NET. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/dotnet/desktop/wpf/> (дата звернення: 10.03.2026).
10. Microsoft Corporation. DispatcherTimer Class. System.Windows.Threading. URL: <https://learn.microsoft.com/en-us/dotnet/api/system.windows.threading.dispatchertimer> (дата звернення: 05.03.2026).
11. Troelsen A., Japikse P. Pro C# 10 with .NET 6: Foundational Principles and Practices in Programming. 10th ed. New York : Apress, 2022. 1496 p.
12. Smith J. WPF Apps with the Model-View-ViewModel Design Pattern. MSDN Magazine, 2009. Vol. 24, No. 2. P. 65–73.

13. Gamma E., Helm R., Johnson R., Vlissides J. Design Patterns: Elements of Reusable Object-Oriented Software. Boston : Addison-Wesley, 1994. 395 p.
14. OxyPlot Contributors. OxyPlot — Cross-Platform Plotting Library for .NET. Version 2.1.2. URL: <https://oxyplot.github.io/> (дата звернення: 12.03.2026).
15. OxyPlot GitHub Repository. URL: <https://github.com/oxyplot/oxyplot> (дата звернення: 12.03.2026).
16. QuestPDF Team. QuestPDF Documentation. Version 2024.3. URL: <https://www.questpdf.com/documentation/> (дата звернення: 14.03.2026).
17. QuestPDF GitHub Repository. URL: <https://github.com/QuestPDF/QuestPDF> (дата звернення: 14.03.2026).
18. OxyPlot.SkiaSharp NuGet Package. URL: <https://www.nuget.org/packages/OxyPlot.SkiaSharp/> (дата звернення: 15.03.2026).
19. PhET Interactive Simulations. Gas Properties. University of Colorado Boulder, 2023. URL: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/gas-properties> (дата звернення: 20.02.2026).
20. Thompson A. P. et al. LAMMPS — A flexible simulation tool for particle-based materials modeling. Computer Physics Communications. 2022. Vol. 271. P. 108–171. DOI: 10.1016/j.cpc.2021.108171.
21. Rapaport D. C. The Art of Molecular Dynamics Simulation. 2nd ed. Cambridge : Cambridge University Press, 2004. 564 p.
22. Haile J. M. Molecular Dynamics Simulation: Elementary Methods. New York : Wiley, 1997. 489 p.
23. Биков В. Ю. Моделі організаційних систем відкритої освіти : монографія. Київ : Атіка, 2008. 684 с.
24. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики. Київ: Техніка, 1997. 304с.
25. Cengel Y. A., Boles M. A. Thermodynamics: An Engineering Approach. 9th ed. New York : McGraw-Hill, 2019. 1024 p.