

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ-ПОДРІБНЕННЯ КОРМІВ ВЕРТИКАЛЬНИМ КОНІЧНИМ ШНЕКОМ

Г. П. Водяницький,

І. П. Слюсаренко,

В. В. Тимків

(Житомирський національний агроекологічний університет)

В. А. Мамчур,

А. П. Довбиш

(Житомирський агротехнічний коледж)

Моделювання технічної системи є одним з перших етапів пізнання її властивостей з метою подальшого удосконалення та грамотного використання. Змішування твердих компонентів з одночасним їх подрібненням вертикальним конічним шнековим робочим органом є складним робочим процесом, який автори аналітично описали через основні параметри робочого органу та режими протікання процесу. Отримані узагальнені фактори, завдяки чому кількість факторів з семи зменшилось до чотирьох. Це дає можливість скоротити обсяг експериментальної роботи у вісім разів та забезпечити ефективні результати, які оцінюють фактичну дію факторів, що діють на вибраний критерій ефективності, коефіцієнт нерівномірності комплексно, а не нарізно. Модель дає можливість зробити якісну та кількісну оцінку процесу роботи кормороздавача-змішувача-подрібнювача, оптимізувати його конструктивно-технологічні параметри.

Ключові слова: змішувач-подрібнювач, модель, безрозмірний комплекс, аналіз розмірностей, вертикальний шнек змінного діаметра, критерії подібності.

Постановка проблеми. Змішування – це процес рівномірного перерозподілення компонентів у всьому об’ємі змішуваних матеріалів до стану рівномірної суміші. Однорідність суміші залежить від фізико-механічних властивостей компонентів, конструктивних рішень та режимів роботи змішувачів.

Недостатня вивченість та складність процесу і його широка розповсюдженість [1] вимагають додаткових досліджень і формалізації здобутих емпіричних знань про процес змішування, зокрема змішування та подрібнення сипких твердих компонентів кормових сумішей для тварин кормороздавачами-змішувачами з вертикальними шнековими робочими органами, дообладнаними ножами.

Науковими дослідженнями та практикою доведено, що згодовування кормів у вигляді збалансованої, за всіма компонентами суміші є на 15–30 % ефективнішою за згодовування тих же компонентів роздільно [4, 5, 7, 8, 11, 12].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Змішування супроводжує робочі процеси при задоволенні практично всіх потреб суспільства. Тому змішування досліджують як на емпіричному, так і теоретичному рівнях [1, ... 4].

В основу досліджень покладено фізичне та математичне моделювання [1, ... 12]. При моделюванні змішування сипких матеріалів використовують закони Фіка та математичну модель Нав'є-Стокса [1, ... 12]. Для кожного окремого випадку потоку сипких матеріалів на підставі положень [21] дослідники вибирають типові математичні моделі [1]: ідеального витіснення, ідеального змішування, дифузійну, коміркову чи комбіновану моделі. Кожна із цих моделей має певні позитивні властивості і достатньо забезпечує її адекватність процесу змішування сипких матеріалів. В загальному, використання моделей дає можливість описати явища змішування як трьохетапної системи типу «процес». На першому етапі здійснюється макрореміщення компонентів, так зване конвективне рознесення їх у внутрішньому об'ємі змішувача. При цьому має місце висока швидкість зниження коефіцієнта неоднорідності суміші. Наприкінці етапу в робочому об'ємі змішувача немає макрооб'ємів, що складаються з частинок одного компонента. Конвективне змішування залежить від конструкції змішувача та режимів його роботи, які визначають характер руху потоку компонентів у змішувачі. Етап «макрореміщення» відбувається сумісно з етапом «мікрореміщення» або дифузії, коли компоненти проникають через межі макрооб'ємів, зменшуючи коефіцієнт неоднорідності суміші. Наростання дифузії визначається фізико-механічними властивостями компонентів суміші. Паралельно з конвекцією та дифузією з наростаючим темпом відбувається третій етап змішування, етап сегрегації [9, 10], який погіршує коефіцієнт нерівномірності розподілу компонентів суміші, тобто впливає зворотно на процес змішування. Як і дифузія, сегрегація залежить від фізико-механічних властивостей компонентів, а також залежить від конструкції та режимів роботи змішувача.

Слід зазначити, що результати досліджень [1, ... 12] процесу змішування сипких неоднорідних матеріалів сумісно з подрібненням вертикальними шнековими конічними робочими органами є досить обмеженими. Особливістю конструкції робочого органу є те, що шнек обертається в обмеженому стінками сипкої маси просторі [11]. Таким чином, робочий орган забезпечує осьове переміщення вгору компонентів за рахунок взаємодії компонентів з безперервно утворюючою обмежувальною стінкою з сипкої маси. Сучасний кормороздавач-змішувач забезпечений досконалыми робочими органами з високою стійкістю різальних органів та їх мінімальною енергомісткістю [17, 18].

Мета, завдання та методика досліджень. Метою цієї роботи є дослідження силової та кінематичної дії частинок потоку компонентів у процесі змішування з використанням математичного та фізичного моделювання

Об'єктом дослідження є технологічна система змішування кормів, в якій засобом виробництва є вертикальний змішувач-подрібнювач зі змінним діаметром шнека з укріпленими ножами, а предметом дослідження є компоненти збалансованої суміші з різними фізико-механічними властивостями.

Для досягнення мети дослідження використаємо метод моделювання, який дасть можливість встановити закономірність процесу між визначальними та

визначаючими критеріями. Дана задача відноситься до фізичних, в яких відсутній фундаментальний фізичний закон, який регулює процес, в даному випадку змішування з подрібненням твердих матеріалів з різними фізико-механічними властивостями (задача другого виду) [14]. Вибираємо незалежні фактори та функцію – коефіцієнт нерівномірності розподілення компонентів. Визначаємо початкові умови та виражаємо всі фактори через час змішування, функцію та її похідну [13]. Складаємо диференціальне рівняння за процесом роботи системи. Знаходимо рішення загальне і окремих частин та аналізуємо отриманий результат. Таким чином досліджуємо процес змішування і необхідні кінематичні показники змішувача-подрібнювача.

Для спрощення та розв'язування отриманих залежностей приводимо диференціальні рівняння до критеріального вигляду за правилом інтегральних аналогів [6, 15].

При цьому зменшується кількість змінних, знижується складність та підвищується рівень загального опису фізичного процесу змішування.

Методика правила інтегральних аналогів полягає в тому, що вилучаємо символи зв'язку між членами рівняння (символи диференціювання, інтегрування та неоднорідні функції); замінюємо всі члени рівняння на їх інтегральні аналоги; розділяємо всі члени рівняння (за винятком вилучених неоднорідних функцій) на один із них та отримуємо $n-1$ критеріїв подібності; доповнюємо отриману систему критеріїв подібності додатковими критеріями у вигляді аргументів неоднорідних функцій, що входять в рівняння, та перетворюємо отримані критерії подібності в іншу, більш зручну форму запису їх перемноженням, діленням, зведенням у степінь чи множенням на постійний коефіцієнт тощо [6, 15, 16].

Для оцінки впливу на процес змішування параметрів змішувача (геометричних і кінематичних) та фізико-механічних властивостей компонентів корму складаємо модель методом аналізу розмірностей [6, 16, 19]. Така модель описує детально внутрішній механізм процесу змішування [6, 15, 16] та дозволяє оптимізувати параметри і режими процесу змішування кормороздавачем-подрібнювачем, змішувачем.

Таким чином правило інтегральних аналогів використовуємо при відомому формалізовано описуваному фізичному процесі. В разі відсутності опису процесу доцільно використовувати метод аналізу розмірностей [6, 15, 16, 19]. Методика використання методу аналізу розмірностей [6, 21] передбачає вибір незалежних змінних, які впливають на досліджуваний об'єкт. Для нашого об'єкту дослідження це:

$$\frac{dv}{dt} = f(V, \rho, \omega, l, \tau, \vartheta, S)$$

(1) $\frac{dv}{dt}$ - швидкість вирівнювання контрольного компонента в суміші, $\frac{кг}{с}$

;
 v середнє квадратичне відхилення кількості контрольного компонента в суміші, кг;

t – час змішування, с;

ω – чс

l – крок шнека, м;

τ – дотичне зусилля зсуву частинок корму, Па;

S – п.

При оцінці незалежних змінних враховуємо розмірні коефіцієнти та фізичні константи.

Вибираємо систему основних розмірностей, через які можна виразити всі вибрані змінні, використовуючи систему основних розмірностей MLT.

Після цього записуємо розмірності незалежних найбільш суттєвих (вагомих) некорельованих змінних: $V, \rho, \omega, l, \tau, \vartheta, S$ та складаємо безрозмірні комбінації. За основні вибираємо величини V, ρ, τ .

Перевіряємо правильність складених комбінацій, які ще називають узагальненими параметрами [6]. Пам'ятаючи, що кожна комбінація є безрозмірною, кількість комбінацій має бути рівним $n-k$, тобто рівна різниці незалежних змінних (n) і вибраної кількості основних величин (k). Кожна змінна має зустрічатися в комбінаціях хоча б один раз.

Результати досліджень. Процес змішування сипких компонентів відбувається паралельно з подрібненням вертикальним шнеком змінного діаметра з розставленими дотично до його зовнішніх країв ножами за рахунок дії гравітаційної ($G=mg$) та відцентрової ($F = \frac{mv^2}{R}$) сил і переміщенням компонентів суміші вздовж осі ($S = vt$) вгору та циркуляції їх в горизонтальній площині бункера-змішувача.

Фізична природа процесу змішування сипких матеріалів на підставі виконаних досліджень [1, ... 12] та сучасної методики математичного моделювання [13, 14, 23] дають можливість описати даний процес диференціальним рівнянням $\frac{dv}{dt} = -kv(t)$,

першого порядку з відокремлюваними змінними:

$$, \quad (2)$$

яке описує цілий клас подібних природних процесів. Рішення рівняння (2) виражає функція:

$$v = Ce^{-kt}, \quad (3)$$

а з врахуванням початкових і граничних умов, функція процесу даної технологічної системи матиме вигляд:

$$v = 0,998e^{-0,5t} \quad (4) \text{ при}$$

вірогідності $R^2 = 1.00$.

Рівняння (2) адекватно описує процес роботи досліджуваної в даному випадку моделі ідеального змішування, оцінюючи якість перемішування коефіцієнтом нерівномірності

на етапах конвективного та дифузійного змішування та на початку етапу сегрегації. Коефіцієнт поступово та плавно знижується і на $t = 10$ хв складає $v=0,07$ (рис.1).

Не всі відомі математичні моделі мають аналітичний розв'язок, а отже є можливість дослідити процес та оптимізувати його режими оптимального протікання та визначити параметри технічної системи, яка реалізує даний процес. Так, зокрема, має місце з моделями [1, 5, 7], які описують складний процес. Тому для даного випадку доцільним буде перетворення диференціального рівняння у критеріальне. Для цього використовуємо правило інтегральних аналогів [15]. Дане правило дозволяє наблизити похибку рівняння до похибки вихідних даних, а при складності чи неможливості визначити фізичну величину, яка входить в критеріальне рівняння, виконати її шляхом перемноження, ділення, піднесення в степінь тощо. Отримаємо рівняння похідне від першого.

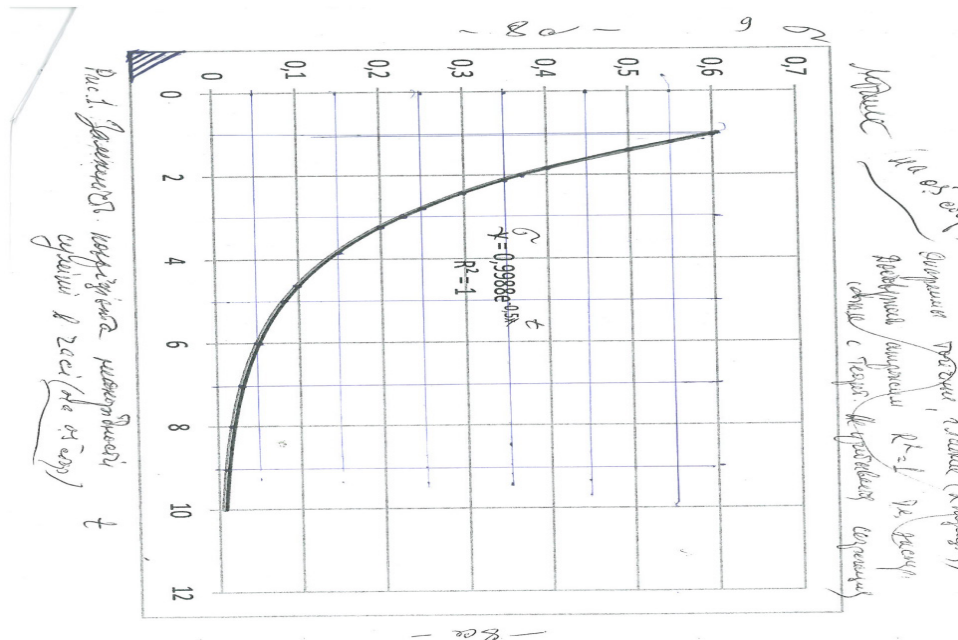


Рис.1. Залежність коефіцієнта неоднорідності суміші в часі

Така математична модель ідеального витіснення [1, 5] близька до конвективного змішування:

$$\frac{dc}{dt} = -v \frac{dc}{dx}, \quad (5)$$

де c – концентрація ключового компонента, %;
 t – тривалість, с;
 v – лінійна швидкість суміші, м/с;
 x – координата, м;

Записавши $\frac{dc}{dt} + v \frac{dc}{dx} = 0$ та прийнявши а $\varphi_2 = \frac{dc}{dx}$ та $\varphi_1 = \frac{c}{t}$ а $\varphi_2 = \frac{c}{l}$ і розділивши перший член на другий, отримаємо $\pi = \frac{vt}{l}$, та піднісши до степеня $a = -1$ отримаємо $\pi' = \frac{l}{vt}$ – критерій, який характеризує швидкість зміни концентрації контрольного компонента суміші.

Дифузійна модель відповідає потоку суміші з поршнеvim рухом:

$$\frac{dc}{dt} = -v \frac{dc}{dx} + D_L \frac{d^2c}{dt^2}, \quad (6)$$

де D_L – коефіцієнт повздовжнього перемішування.

Запишемо рівняння (6) у вигляді:

$$\frac{dc}{dt} + v \frac{dy}{dx} - D_L \frac{d^2c}{dt^2} = 0.$$

Приймаємо $\varphi_1 = \frac{dc}{dt}$; $\varphi_2 = v \frac{dc}{dx}$; $\varphi_3 = D_L \frac{d^2c}{dt^2}$ та відповідно до методики [15]
 $\varphi_1 = \frac{c}{t}$; $\varphi_2 = v \frac{l}{t}$; $\varphi_3 = D_L \frac{t}{l}$. Отримаємо $\pi_1 = \frac{vt}{l}$ і $\pi_2 = \frac{D_L t}{l^2}$.

Аналогічно при двопараметричній дифузійній моделі:

$$\frac{dc}{dt} = -v \frac{dc}{dx} + D_L \frac{d^2c}{dt^2} + \frac{D_R}{R} \cdot \frac{d}{dR} \left(R \frac{dc}{dR} \right), \quad (7)$$

де D_R – коефіцієнт поперечного перемішування;

R і x – радіальна і осьова координати змішування подрібнювача, м.

Після аналітичних перетворень отримаємо $\pi_1 = \frac{vt}{l}$; $\pi_2 = \frac{D_L t}{l^2}$; $\pi_3 = \frac{D_R t}{l^2}$.

На підставі цілей дослідження та властивостей критеріїв подібності [6,16,21] оцінюємо визначальний (поле швидкостей потоку суміші) та визначаючі критерії і записуємо рівняння у вигляді степінного одночлена.

де A – коефіцієнт пропорційності степенів;

a і b – показники степенів.

A , a і b оцінюємо за результатами реалізації плану повного факторного експерименту типу 2^2 [19].

Механізм дії, який забезпечує процес роботи змішувача, залежить від його конструкції [1]. Більшість залежностей, які на даний час відомі [1,5], не враховують конструктивні параметри і режими роботи змішувачів, зокрема і з вертикальним конічним шнеком, обладнаного ножами, який працює в обмеженому стінками сипкої маси просторі. Для складання співвідношень між параметрами і режимами роботи даної технологічної системи і використовуємо метод аналізу розмірностей.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Вперше виконано моделювання процесу змішування-подрібнення з різними фізико-механічними властивостями твердих кормових компонентів вертикальним конічним шнеком з закріпленими дотично до його зовнішніх країв ножами. Використано метод аналізу розмірностей з отриманням моделі, яка описує внутрішній механізм процесу подрібнення та змішування, що дозволяє оптимізувати параметри і режими робочого процесу кормороздавача змішувача-подрібнювача. Доцільно, для отримання моделі загального описування процесу змішування компонентів, описати процес диференціальними рівняннями, що дасть можливість оцінити

адекватність отриманої моделі, порівнюючи її з існуючими моделями [1, 2, 3, 5, 7].

Окрім того, бажано оцінити техніко-економічний рівень кормороздавачів змішувачів-подрібнювачів фірм світу для визначення перспективного технічного рішення.

References

1. Makarov Y.I. (1973). Apparaty dlya smesheniya syipuchih materialov [Apparatus for mixing bulk materials]. Moscow: Mashinostroenie [in Russian].
2. Strenk F. (1985). Peremeshivanie i apparaty s meshalkami [Stirring and agitating machines]. Leningrad: Himiya [in Russian].
3. Kukta G.M. (1971). Optimalnaya prodolzhitel'nost smeshivaniya komponentov kombikormov [The optimal duration of mixing the components of feed]. *Mekhanizatsiya i elektrifikatsiya selskogo hozaystva*, 11, 74 – 79 [in Russian].
4. Melnikov S.V. (1978). Mekhanizatsiya i avtomatizatsiya zhivotnovodcheskikh ferm [Mechanization and automation of livestock farms]. Leningrad: Kolos [in Russian].
5. Dereza O.O., Dereza, S.V. (2014). Analiz metodiv modeliuvannia protsesu zmishuvannia kormiv [Analysis of methods for modeling the process of mixing feed]. *Naukovyi visnyk*. 12-16 kvitn. (№4, tom 1). (pp. 95-101). Melitopol: TDATU [in Ukrainian].
6. Guhman A.A. (1973) Vvedenie v teoriyu podobiya [Introduction to the theory of similarity]. Moscow: Vysshaya shkola [in Russian].
7. Briukhovetskyi A.M., Boiarskyi O.V. (1994) Modeliuvannia protsesu zmishuvannia syipkykh komponentiv u lopatevomu zmichuvachi periodychnoi dii [Simulation of the process of mixing friable components in a blade of periodic action: a monograph]. Kyiv: Urozhai [in Ukraine].
8. Rud A.V., Evstratova N.N., Belousov K.Yu. (2013). Razlichnyie podhodyi k modelirovaniyu protsessa dvizheniya materiala v vertikalnom vintovom konveyere [Different approaches to modeling the process of movement of material in a vertical screw conveyor]. *Sb. nauchn. tr. S.world*, 4, 68-74 [in Russian].
9. Isaienko A.M., Kachan Yu.H., Ivanov V.I. (2007). Pro modeliuvannia sehrehatsii rudy pid chas rukhu pokhyloiu poverkhneiu [On modeling of ore segregation during sloping motion]. *Matematychni modeliuvannia*, 1, 33 – 39 [in Ukraine].
10. Nepochatov D.M., Rusalev A.M., Boyko I.G. (2011). Svodoobrazovanie syipuchih kormov i metodika ego opredeleniya [The formation of bulk feed and the method of its determination]. *Visnyk Harkivskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu*, 108, 223-230 [in Ukraine].
11. Hevko I.B., Kalatsina Yu.B., Levenets V.D. (2002). Zmishuvannia syipkykh materialiv hvyntovymy robochymy orhanamy [Mixing of bulk materials with screw working organs]. *Mizhvuzivskyi zbirnyk Luganskoho dergavnogo tekhnichnoho universytetu*, 11, 75-83 [in Ukraine].
12. Chvartatskyi R.I. (2017). Obhruntuvannia parametriv mashyn dlia podribnennia i zmishuvannia kormiv [Justification of parameters of machines for grinding and mixing of forages]. Ternopil, 404 [in Ukraine].

13. Ponomarev K.K. (1973). Sostavlenie differentsialnykh uravneniy [Compilation of differential equations]. Moskva: Vysshaya shkola [in Russian].
14. Polyuhovich N.V. (2010). Metodicheskie osnovy obucheniya studentov resheniyu prikladnykh zadach po teme: Differentsialnye uravneniya [Methodical foundations of teaching students to solve applied problems on the topic: «Differential Equations»]. *Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik*, 2, 131 – 139 [in Russian].
15. Hlinenko L.K., Sukhonosov O.H. (2003). Osnovy modeliuvannya tekhnichnykh system: monohrafiia [Fundamentals of technical systems modeling: monograph]. Lviv: Besket Bit [in Ukraine].
16. Shenk H. (1972). Teoriya inzhenerenogo eksperimenta [Theory of Engineering Experiment]. Moscow: Mir [in Russian].
17. Khmelovskiy V. (2013). Obhruntuvannya parametriv bunkera kormopryhotuvalnoho ahrehatu [Justification of the parameters of the hopper of the feed preparation unit]. *Tekhnika i tekhnologii APK*, 6, 13-15 [in Ukraine].
18. Basarhin V.A., Vodianytskyi H.P., Tymkiv V.V. (2017). Vyznachennia tekhnichnoho rivnia kormorozdavachiv-zmishuvachiv firmy svitu [Determination of the technical level of fodder mixers of the firm of the world]. *Tvarynnystvo Ukrainy*, 3-4, 10-13 [in Ukraine].
19. Hrabar I.H., Vodianytskyi H.P. Theory and technology of scientific research. http://igseience.com/content/images/boons/_paf_2013.
20. Shterbachek Z., Tausk P. (1963). Peremeshivanie v himicheskoy promyshlennosti [Mixing in the chemical industry]. Leningrad: GSHCh [in Russian].
21. Venikov V.A., Venikov G.V. (1984). Teoriya podobiya i modelirovanie [Similarity Theory and Modeling]. Moscow: Vysshaya shkola [in Russian].
22. Grigorev A.M. (1972). Vintovyye konveyery [Screw conveyors]. Moscow: Mashinostroenie [in Russian].

Mathematical modeling of mixing-grinding of feed by vertical conical screw

The modeling of a technical system is one of the first stages of cognition of its properties with the aim of further improvement and proper use. Mixing of solid components with their simultaneous grinding by a vertical conical screw working body is a complex workflow, which the authors analytically described through the main parameters of the working body and the modes of the process. The obtained generalized factors, due to which the number of factors from seven decreased to four. This makes it possible to reduce the amount of experimental work by eight times and provide effective results that evaluate the actual action of the factors acting on the selected performance criterion, the coefficient of unevenness in a complex, rather than separately. The resulting model allows you to make a qualitative and quantitative assessment of the process of operation of the feeder-mixer-grinder, to optimize its parameters of the working bodies and modes of operation.